Top

Left side

TEST

Right side

Bottom

Datos 2

Luis A. Orozco
lorozco@umd.edu
www.jqi.umd.edu

Lección 7 en el Departamento de Física, Universidad de Concepción.

Marzo, 2024

https://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2024/Results24.htm

Tipos de medición: media, varianza, valor esperado

$$\mu = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} [x_j N P(x_j)]$$

$$= \lim_{N\to\infty} \sum [x_j P(x_j)]$$

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x)\, dx$$

$$\sigma^2 = \lim_{N\to\infty} \sum_{j=1}^{n} [(x_j - \mu)^2 P(x_j)] = \lim_{N\to\infty} \sum_{j=1}^{n} [x_j^2 P(x_j)] - \mu^2$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 p(x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x)\, dx - \mu^2$$

$$\langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^{n} [f(x_j) P(x_j)]$$

$$\langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p(x)\, dx$$

Cuando se miden muestras, los coeficientes cambian a n-1 en vez de n para la varianza y la desviación estándar. Estos son estimados basados en una muestra, tienen incertidumbre

$$\widehat{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \widehat{\mu})^2$$

$$V[\hat{\mu}] = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$V\left[\widehat{\sigma^2}\right] = \frac{1}{n}\left(m_4 - \frac{n-3}{n-1}\sigma^4\right)$$

m_4 es el cuarto momento central, pero si la variable es Gaussiana entonces

$$V\left[\widehat{\sigma^2}\right] = \frac{2\sigma^4}{n-1}$$

Medias con variables de diferente incertidumbre, con peso $w_i = {}^{1}/_{\sigma_i^2}$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{w}\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \qquad w = \sum_i w_i \qquad V[\hat{\mu}] = \frac{1}{w}$$

esta última expresión se reduce a la anterior para incertidumbres individuales iguales.

Distribuciones de probabilidad

Todas las mediciones asumen ser una muestra sacadas de una densidad de probabilidades, distribución principal (parent distribution), pero no la determinan completamente.

Vamos a obtener estimados de las propiedades de la distribución principal usando la de la muestra (sample distribution) de las cantidades.

Tendrán errores debido a esa distribución. Habrá que cuantificarlos.

Asumimos que la densidad de probabilidades P(x) se comporta bien. Es positiva para todos los valores de x. Su integral sobre todos los valores da 1…

Las más comunes son la Binomial, la de Poisson, la de Gauss (normal), pero también puede aparecer la log-normal y la de Cauchy también llamada de Lorentz. Cuidado con esta última pues su media no existe y su segundo momento tampoco, consecuencia de sus colas muy grandes.

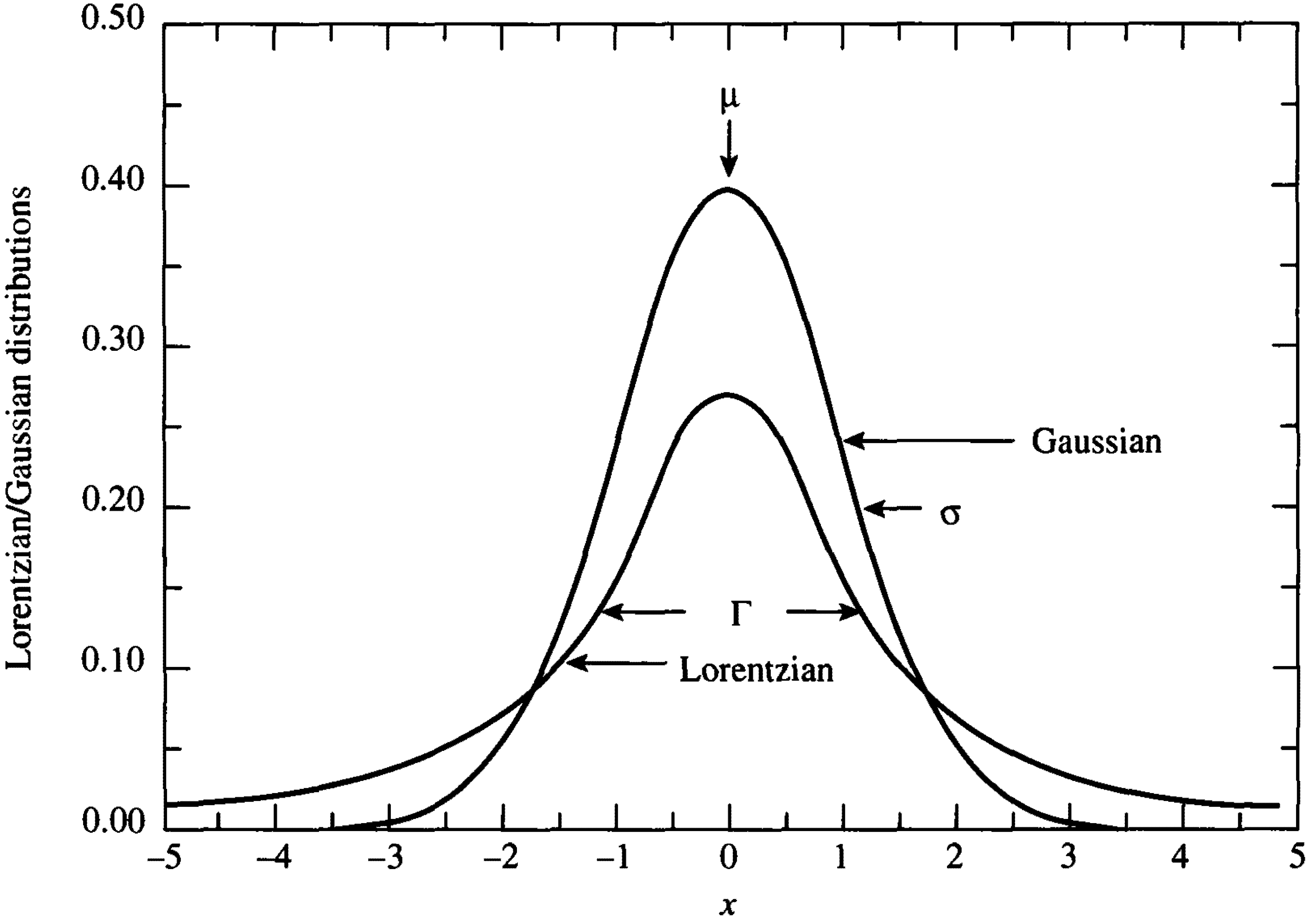
Se puede utilizar para calcular los momentos de la distribución M^n

$$M^n = \langle x^n \rangle = \int x^n P(x) dx$$

Los elementos del espacio de la muestra pueden ser también interpretados como hipótesis, esto es que las proposiciones son verdaderas o falsas, por ejemplo: ‘La masa del bosón W está entre 80.3 y 80.5 GeV.’ Al repetir la medición tales proposiciones son siempre verdaderas o falsas. Las probabilidades en la interpretación frecuentista son 0 o 1.Usando la probabilidad subjetiva, P(A) es interpretada como el grado de creencia que la hipótesis A es cierta. La probabilidad subjetiva es usada en estadística Bayesiana (en contraste con la frecuentista).

Una muy buena referencia sobre probabilidad está en el sitio del Particle Data Group (PDG).

Diferencias entre una Gaussiana y una Lorentziana normalizadas



Análisis de errores

Tipos de errores:

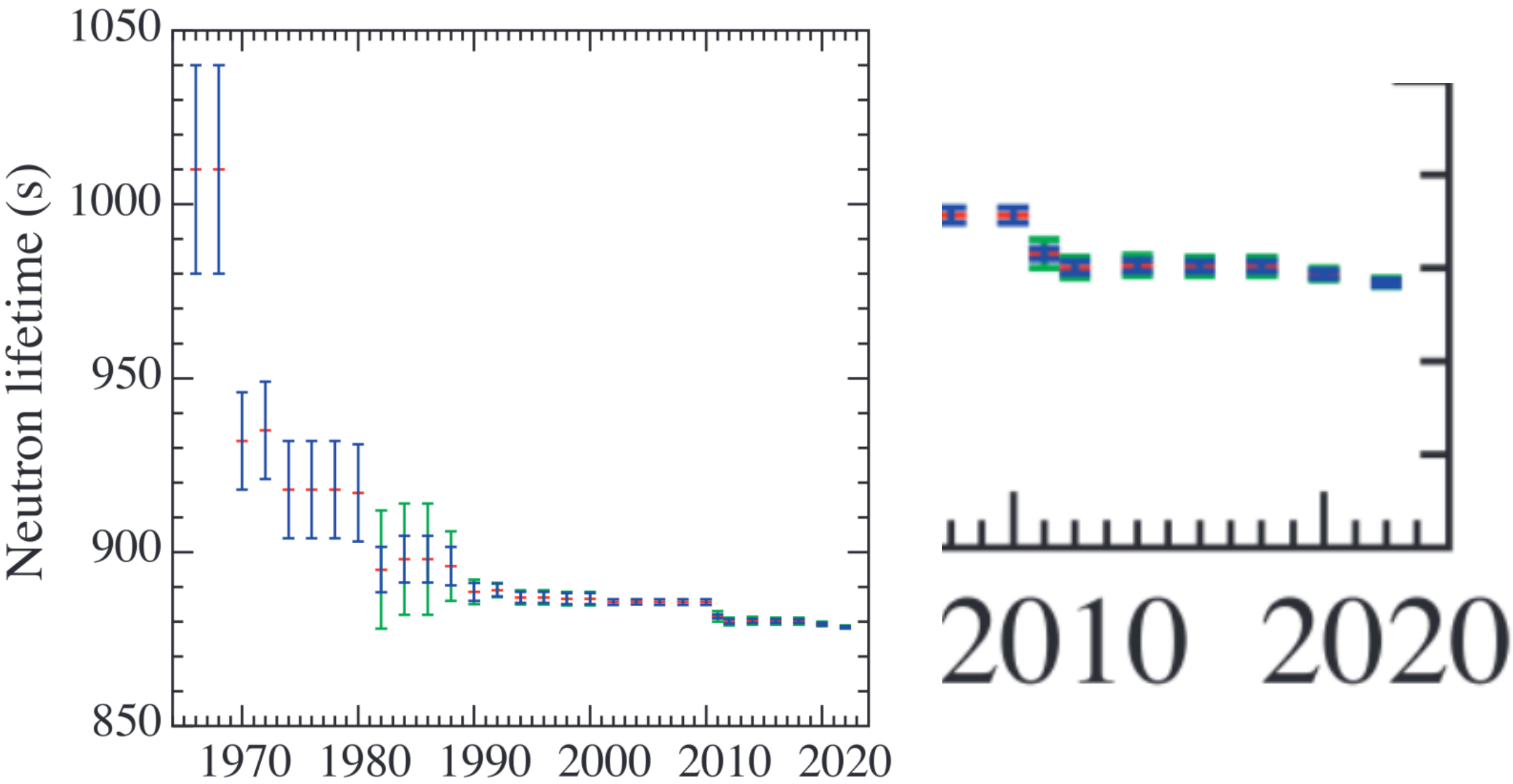
Estadísticos: pueden reducirse con más mediciones (simulaciones). También con el cambio de método de medición. Pueden afectar tanto la exactitud como la precisión.

Sistemáticos: no cambian si se repite la medición (simulaciones). Pueden afectar la exactitud. Ejemplo calibración del equipo. Son los más difíciles de cuantificar.

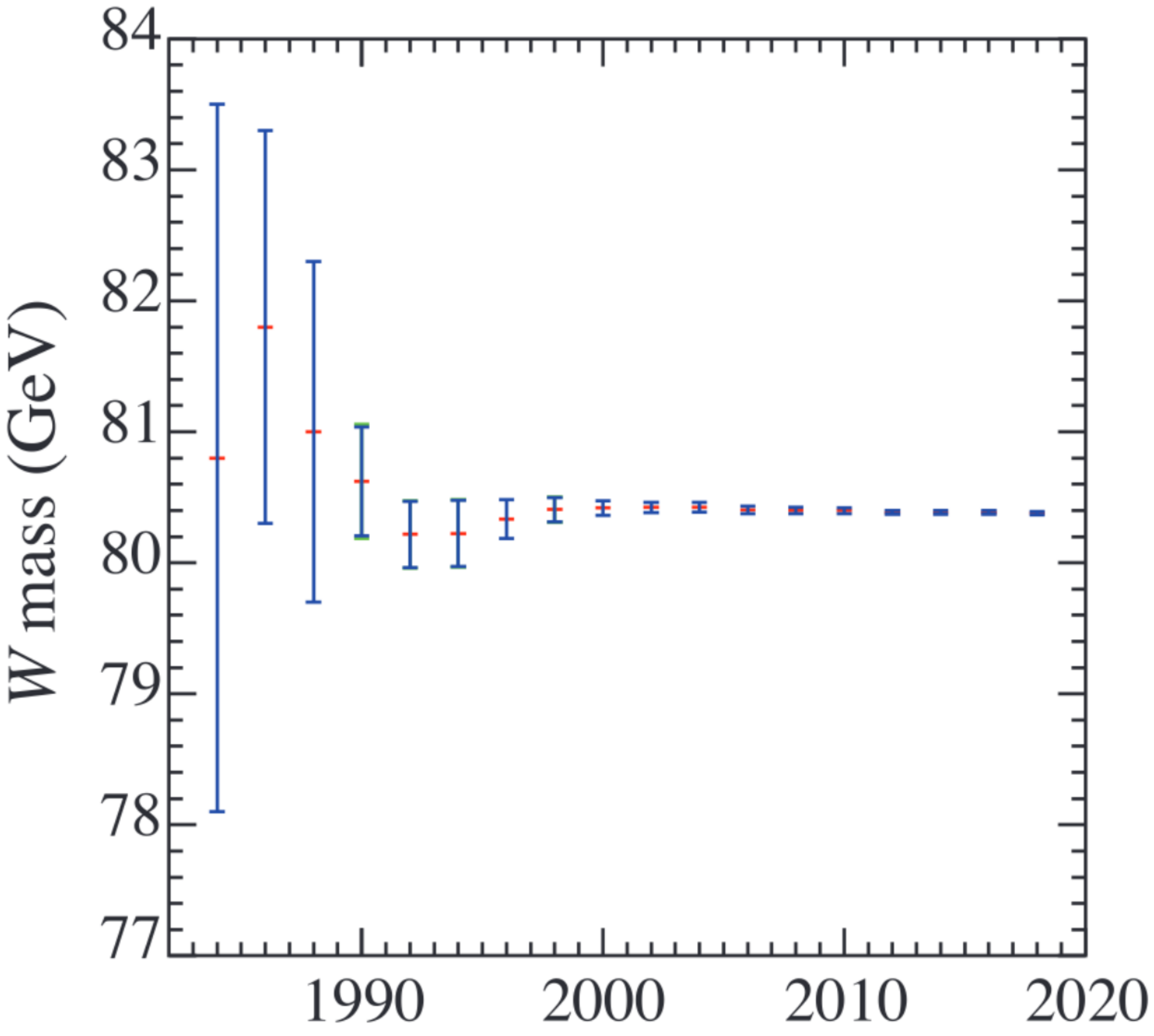
Dos ejemplos:

Valor de la vida media del neutrón, claramente tiene problemas no cuantificados, que se hubiesen podido incluir como errores sistemáticos, las poblaciones no traslapan. Los saltos corresponden probablemente a cambios en la técnica para medir.

Masa de la partícula W. Todos los errores traslapan, parece solo tener errores estadísticos.



1050
1000
950
900
850
Neutron lifetime (s)
1970
1980
1990
2000
2010
2020
2010
2020


W mass (GeV)
84
83
82
81
80
79
78
77
1990
2000
2010
2020

Propagación de errores:

$$x_i = f(u_i, v_i, \ldots)$$

$$\sigma_x^2 = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{1}{N}\sum (x_i - \bar{x})^2\right]$$

$$x_i - \bar{x} \simeq (u_i - \bar{u})\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right) + (v - \bar{v})\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \cdots$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x^2 &\simeq \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum\left[(u_i - \bar{u})\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right) + (v_i - \bar{v})\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \cdots\right]^2 \\
&\simeq \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum\left[(u_i - \bar{u})^2\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + (v_i - \bar{v})^2\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2\right. \\
&\qquad\left. + 2(u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \cdots\right]
\end{aligned}$$

$$\sigma_u^2 = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{1}{N}\sum(u_i-\bar{u}_i)^2\right] \qquad \sigma_v^2 = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{1}{N}\sum(v_i-\bar{v}_i)^2\right]$$

$$\sigma_{uv}^2 \equiv \lim_{N\to\infty}\left[\frac{1}{N}\sum[(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})]\right]$$

Esta es la ecuación de propagación de errores:

$$\sigma_x^2 \simeq \sigma_u^2\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \sigma_v^2\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \cdots + 2\sigma_{uv}^2\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \cdots$$

Si los errores no están correlacionados:

$$\sigma_x^2 \simeq \sigma_u^2\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \sigma_v^2\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \cdots$$

casos comunes:

$$x = au + bv \qquad \sigma_x^2 = a^2\sigma_u^2 + b^2\sigma_v^2 + 2ab\sigma_{uv}^2$$

$$x = auv \qquad \frac{\sigma_x^2}{x^2} = \frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} + 2\frac{\sigma_{uv}^2}{uv}$$

$$x = \frac{au}{v} \qquad \frac{\sigma_x^2}{x^2} = \frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2} - 2\frac{\sigma_{uv}^2}{uv}$$

$$x = au^b \qquad \frac{\sigma_x}{x} = b\frac{\sigma_u}{u}$$

$$x = ae^{bu} \qquad \frac{\sigma_x}{x} = b\sigma_u$$

$$x = a^{bu} \qquad \frac{\sigma_x}{x} = (b \ln a)\sigma_u$$

$$x = a \ln(bu) \qquad \sigma_x = ab\,\frac{\sigma_u}{u}$$

$$x = a \cos(bu) \qquad \sigma_x = -\sigma_u ab \sin(bu)$$

$$x = a \sin(bu) \qquad \sigma_x = \sigma_u ab \cos(bu)$$

La matriz de covarianza y la matriz de correlaciones están relacionadas, para dos variables u y v

$$\begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_u \sigma_v \\ \sigma_v \sigma_u & \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

Si hay correlaciones entre las variables u y v, cuidado; es muy posible que las entradas fuera de la diagonal no sean cero. Noten que pueden ser positivas o negativas.

La incertidumbre va a ser la suma de los errores estadísticos y sistemáticos.

Una primera aproximación es sumar sus cuadrados y luego sacar la raíz cuadrada. Esto asume que los errores no están correlacionados, son ortogonales. Hay que estudiar la matriz de covarianzas.

Ajuste de curvas, un problema de álgebra lineal.

El problema de tener más ecuaciones que variables. Ax=b. A tiene más filas que columnas. Un problema de álgebra lineal. (Ajuste de curvas por mínimos cuadrados).

Si $Ax = b$, tiene más filas que columnas m>n no tiene solución, resolvamos la proyección:
$A^T A\hat{x} = A^T b$

Para el caso de una línea: la matriz A tiene m filas y dos columnas:

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b} \quad \text{is} \quad \begin{aligned} C + Dt_1 &= b_1 \\ C + Dt_2 &= b_2 \\ &\vdots \\ C + Dt_m &= b_m \end{aligned} \qquad \text{with} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_m \end{bmatrix}.$$

Las nuevas ecuaciones a resolver toman la forma:

$$A^{\mathrm{T}}A = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ t_1 & \cdots & t_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & \sum t_i \\ \sum t_i & \sum t_i^2 \end{bmatrix}$$

$$A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ t_1 & \cdots & t_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum b_i \\ \sum t_i b_i \end{bmatrix}.$$

Ahora si la ecuación de n por n se puede resolver y dará los coeficientes que minimizan la suma de las distancias entre los puntos y la línea.

$$\begin{bmatrix} m & \sum t_i \\ \sum t_i & \sum t_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum b_i \\ \sum t_i b_i \end{bmatrix}$$

En Bevington las formulas son:

$$a = \frac{1}{\Delta'} \begin{vmatrix} \Sigma y_i & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i y_i & \Sigma x_i^2 \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta'} (\Sigma x_i^2 \Sigma y_i - \Sigma x_i \Sigma x_i y_i)$$

$$b = \frac{1}{\Delta'} \begin{vmatrix} N & \Sigma y_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i y_i \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta'} (N \Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i)$$

$$\Delta' = \begin{vmatrix} N & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 \end{vmatrix} = N \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2$$

Equivalencia:

$t_i = x_i$

$b_i = y_i$

$C = a$

$D = b$

$$E(x) = \|Ax - b\|^2 = (C + Dt_1 - b_1)^2 + \cdots + (C + Dt_m - b_m)^2.$$

En cálculo los mínimos cuadrados al tomar la primera derivada de E respecto a C y a D producen justamente la ecuación:

$$A^{\mathrm{T}} A \widehat{x} = A^{\mathrm{T}} b.$$

Que es lo mismo del álgebra lineal. La proyección.

Chi cuadrada χ^2

Definición de Chi cuadrada χ^2

Es el parámetro necesario para utilizar el Maximum-Likelihood Method

x_i son n mediciones, valores observados, con sus respectivas incertidumbres σ_i y; y_i son los valores esperados que son función de la variable x. Idealmente y=f(x). Esta función puede ser cualquier expresión, por ejemplo, un polinomio en x, …

Mide la diferencia total entre lo observado y y lo esperado f(x):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(y_i - f(x_i))}{\sigma_i} \right)^2$$

Si los errores son solamente estadísticos, en la diferencia del numerador será del orden del error, por lo tanto, la suma dará n.

Definición de Chi cuadrada χ^2

Cual sería entonces el valor esperado si sumamos todas las diferencias. Del orden n, estrictamente hablando de los grados de libertad DOF por sus siglas en inglés. Pues la función f(x) tiene m coeficientes DOF=n-m

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(y_i - f(x_i))}{\sigma_i} \right)^2 = DOF$$

Definición de Chi cuadrada reducida χ^2_{red}

Cual sería entonces el valor esperado si sumamos todas las diferencias. De orden n, estrictamente hablando de los grados de libertad DOF por sus siglas en inglés. Pues la función f(x) tiene m variables DOF=n-m

$$\chi^2_{red} = \frac{\chi^2}{DOF}$$

Idealmente si n es muy grande su valor debería ir a 1 con desviación estándar

$$\sigma_{\chi^2_{red}} = \sqrt{\frac{2}{(n-1)}}$$

Chi cuadrada reducida χ^2_{red} indica en muy buena medida si los errores estadísticos están bien dentro de los errores aceptables para ustedes (una desviación estándar).

$$\chi^2_{red} \pm \sigma_{\chi^2_{red}}$$

¿Este rango de valores incluye a la unidad?

Cálculo de la media utilizando χ^2

Cálculo de la media μ con incertidumbre utilizando χ^2

x_i son n mediciones con sus respectivas incertidumbres σ_i

Cantidad a minimizar:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(\mu - x_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

Observaciones: si los errores son solamente estadísticos, en la diferencia del numerador será del orden del error, por lo tanto la suma dará n.

Vamos a minimizar χ^2 con respecto a μ

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\frac{(\mu - x_i)}{\sigma_i}\right)^2 = \sum_{i}^{n} \frac{2(\mu - x_i)}{\sigma_i^2} = 0$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \mu} = \sum_{i}^{n} \frac{(\mu - x_i)}{\sigma_i^2} = -\sum_{i}^{n} \frac{(x_i)}{\sigma_i^2} + \sum_{i}^{n} \frac{(\mu)}{\sigma_i^2} = 0$$

$$\sum_{i}^{n} \frac{(x_i)}{\sigma_i^2} = \sum_{i}^{n} \frac{(\mu)}{\sigma_i^2} = \mu \sum_{i}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}$$

$$\left. \sum_i^n \frac{(x_i)}{\sigma_i^2} \middle/ \sum_i^n \frac{1}{\sigma_i^2} \right. = \mu$$

La fórmula para las medias de una muestra con pesos diferentes

$$\left. \sum_i^n \frac{(x_i)}{\sigma_i^2} \middle/ \sum_i^n \frac{1}{\sigma_i^2} \right. = \mu$$

Fórmula para las medias de una muestra con pesos diferentes

$$\left. \frac{1}{\sigma^2} \sum_i^n x_i \middle/ \frac{1}{\sigma^2} n \right. = \mu$$

Fórmula para las medias de una muestra con pesos iguales que se reduce a la definición tradicional de la media.

¿Cuál va a ser la incertidumbre de la media?

Sabemos cómo calcular la incertidumbre de un parámero con incertidumbres no correlacionados entonces hagamos la propagación de errores para calcular el valor.

$$\sigma_\mu^2 = \sum\left[\sigma_i^2\left(\frac{\partial\mu'}{\partial x_i}\right)^2\right] \qquad \frac{\partial\mu'}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\Sigma(x_i/\sigma_i^2)}{\Sigma(1/\sigma_i^2)} = \frac{1/\sigma_i^2}{\Sigma(1/\sigma_i^2)}$$

$$\sigma_\mu^2 = \sum\frac{1/\sigma_i^2}{[\Sigma(1/\sigma_i^2)]^2} = \frac{1}{\Sigma(1/\sigma_i^2)}$$

si todas las incertidumbres son iguales a s se reduce a

$$\sigma_\mu = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Errores con Chi cuadrada χ^2

Es el valor que tenemos que incrementar a la variable para que χ^2 se incremente en 1

$$P(a_1, a_2, \ldots, a_m) = \prod \left[\frac{1}{\sigma_i\sqrt{2\pi}}\right] \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum\left[\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i}\right]^2\right\}$$

$$\chi^2 \equiv \sum\left\{\frac{1}{\sigma_i^2}[y_i - y(x_i)]^2\right\}$$

$$\frac{\partial\chi^2}{\partial a_j} = \frac{\partial}{\partial a_j}\sum\left\{\frac{1}{\sigma_i^2}[y_i - y(x_i)]^2\right\} = 0$$

$$= -2\sum\left\{\frac{1}{\sigma_i^2}[y_i - y(x_i)]\frac{\partial y(x_i)}{\partial a_j}\right\}$$

si la muestra es lo suficientemente grande:

$$P(a_j) = Ae^{-(a_j - a_j')^2/2\sigma_i^2}$$

$$\chi^2 = -2 \ln[P(a_1, a_2, \ldots, a_m)] + 2 \sum \ln(\sigma_i \sqrt{2\pi})$$

Muy cerca del mínimo la variación es cuadrática.

$$\chi^2 = \frac{(a_j - a_j')^2}{\sigma_j^2} + C$$

Si se incrementa el estimado a’ en una variación estándar produce en χ^2 un incremento de uno. Podemos saber la incertidumbre en ese parámetro.

Expansión de χ^2 en una serie de Taylor alrededor del mínimo

$$\chi^2 \simeq \chi_0^2 + \sum_{j=1}^{m} \left\{ \frac{\partial \chi_0^2}{\partial a_j} (a_j - a_j') \right\} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \left\{ \frac{\partial^2 \chi_0^2}{\partial a_k \partial a_j} (a_k - a_k')(a_j - a_j') \right\}$$

El caso de la media

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(\mu - x_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mu^2} = \frac{\partial}{\partial \mu} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{2(\mu - x_i)}{\sigma_i^2} \right) = 2 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}$$

$$\sigma_\mu^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mu^2} = \frac{2}{\sigma_\mu^2}$$

¿Cuál debe ser la distribución de los residuos normalizados? Si la muestra es suficientemente grande Gaussiana con una varianza de uno. Si la distribución tiene dos picos, probablemente tienen un problema sistemático. Si la varianza no es uno, modificar los errores estadísticos (agrandándolos) hasta que de uno. El factor de escala va a ser $\sqrt{\chi^2_{red}}$.

Esa decisión puede depender de otros factores, ver las guías de PDG

J. E. Simsarian, L. A. Orozco, G. D. Sprouse, W. Z. Zhao, “Lifetime Measurement of the 7p Levels of Francium,” Phys. Rev. A **57,** 2448 (1998).

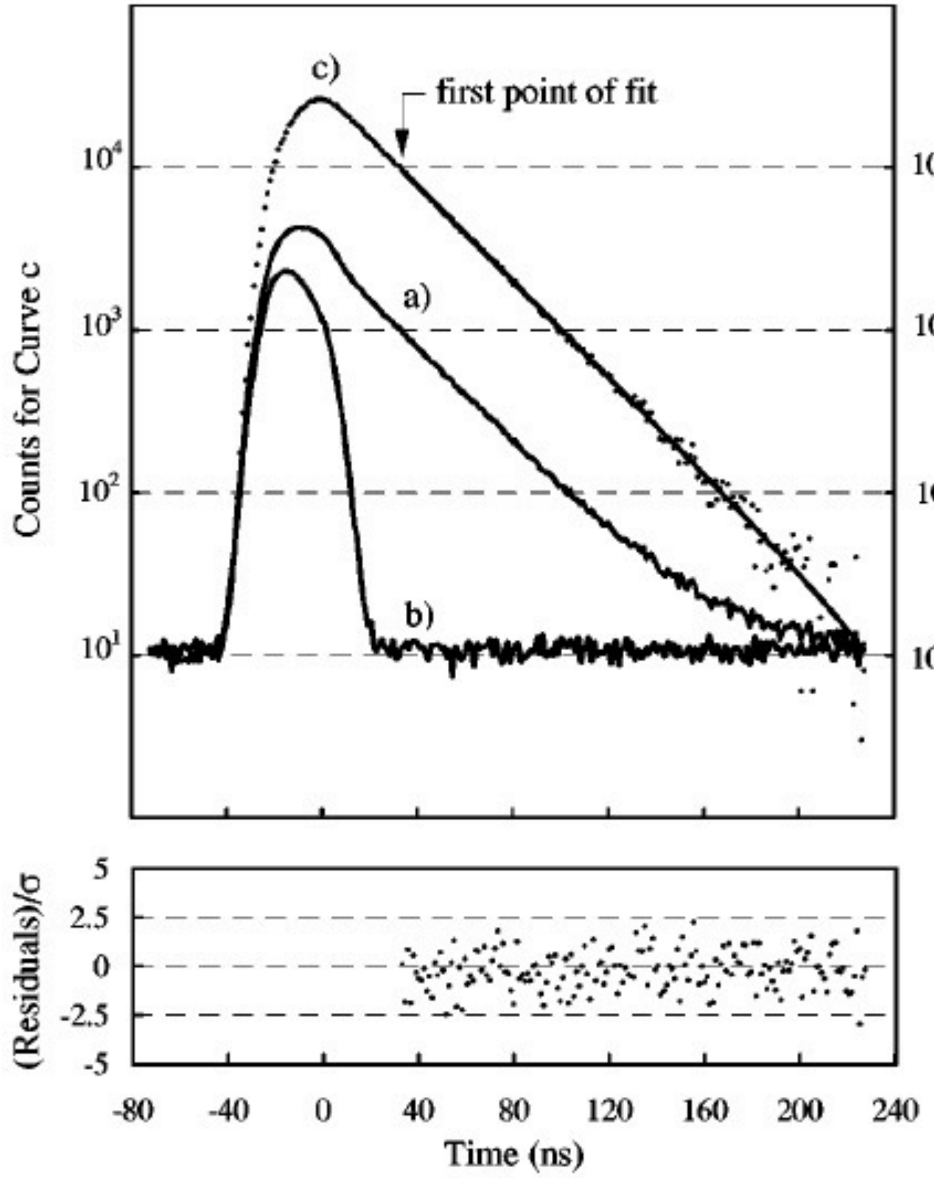


FIG. 6. Decay curves of Fr $7P_{1/2}$ level. Curve (a) is the raw data with Fr in the trap and curve (b) is the background. Curve (c) is the subtraction of a minus (b) and the straight line is a pure exponential fit to (c). The bottom shows the residuals of the fit divided by the statistical uncertainty of each point. The reduced $\chi^2 = 0.98$ for this measurement.

DOI=179

$$\sigma_{\chi^2_{red}} = \sqrt{\frac{2}{(n-1)}}$$

$$\chi^2_{red} = 0.98 \pm 0.11$$

Un ejemplo de cómo dar incertidumbres basado en diferentes mediciones

Survey of Hyperfine Structure Measurements in Alkali Atoms

Cite as: J. Phys. Chem. Ref. Data 51, 043102 (2022); doi: 10.1063/5.0098061
Submitted: 4 May 2022 • Accepted: 9 September 2022 •
Published Online: 9 November 2022

View Online Export Citation CrossMark

Maria Allegrini,[1,2] Ennio Arimondo,[1,3] and Luis A. Orozco[4,a)]

For each atomic species, we mention in the text the states where a very high precision is obtained or where a disagreement between the measured values exists. When several (n) measurements are associated with a single state, the tables include a weighted average, w.a., representing a reference for further work. We follow the procedure of the Particle Data Group in Zyla *et al.* (2020) in the Introduction, Sec. 5.2.2, *Unconstrained averaging*, to find the weighted error (w.e.). We calculate it first based on the n individual errors (e_i), w.e. $= (1/\sum 1/e_i{}^2)^{1/2}$. We also calculate the reduced χ-squared (χ^2_{red}) with $n-1$ degrees of freedom to test the size of the w.e. If (χ^2_{red}) is greater than unity by more than one standard deviation $(2/(n-1))^{1/2}$, then we increase the w.e. of the w.a. by the factor $(\chi^2_{\mathrm{red}})^{1/2}$ so that the weighted enhanced error (w.e.e.) is w.e.e. $= (\chi^2_{\mathrm{red}})^{1/2}\times$ w.e. We report in the table either the w.a. with its w.e. or the w.e.e., which we explicitly state. Such averaging is not performed when the precision of one measurement is greater than all the remaining ones, which is then denoted by "Recommended" in the table's last column. The last column contains a "See text" statement, if one or more values are not included into the w.a.

This supplementary information (SI) material to the Allegrini, Arimondo, and Orozco (2022) “Survey of hyperfine structure measurements in alkali atoms” presents a comparison of the weighted error (w.e.) and the weighted enhanced error (w.e.e.) reported in our main text with the values we get by using the cluster maximum likelihood estimator (CMLE) introduced by Rukhin (2009, 2019) .

TABLE V. ^{23}Na $3^2P_{3/2}$ state: A constant

χ^2 method		
χ^2_{red}	σ_{rcs}	$(\chi^2_{\mathrm{red}})^{1/2}$
4.375	0.5	2.092
w.a.	w.e.	w.e.e.
18.532	0.003	0.006
CMLE method		
w.a.$_{\mathrm{CMLE}}$		w.e.$_{\mathrm{CMLE}}$
18.531		0.003
Δ		
0.167		

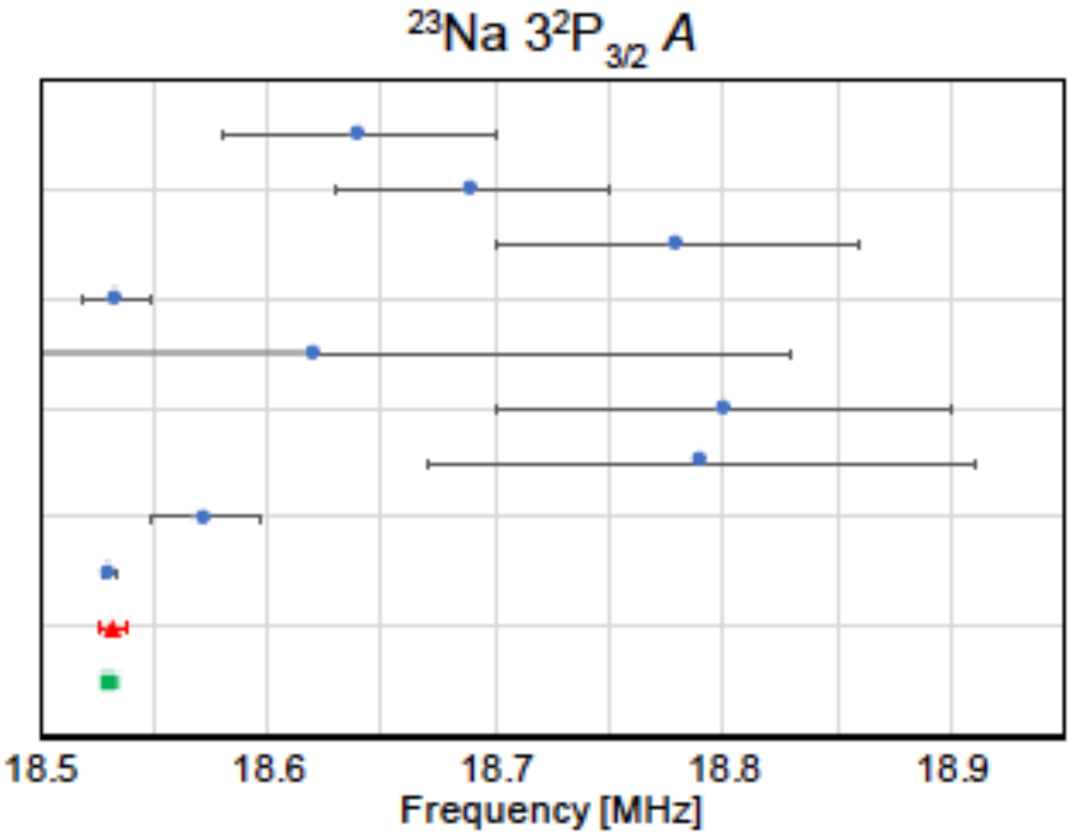


FIG. 5. ^{23}Na $3^2P_{3/2}$ state: A constant.

Referencias:

1. Philip R. Bevington, and D. Keith Robinson, Data Reduction an Error Analysis for the Physical Sciences.
2. Particle Data Group, https://pdg.lbl.gov/2023/reviews/mathematical_tools.html
Introducción, sección 39 de probabilidad y sección 40 de estadística.
3. Buró Internacional de Pesas y Medidas https://www.bipm.org/en/

Gracias

Errores de contraste: se prueban dos hipótesis, la hipótesis nula H_0 contra lla hipótesis alternativa H_1

Se usa poco esto en física. Pueden pensar en las pruebas de COVID como un buen ejemplo.

	H_0 **es cierta**	H_0 **no es cierta**
Se escogió H_0	No hay error (1 – α o verdadero negativo)	Error de tipo II (β o falso negativo)
Se escogió H_1	Error de tipo I (α o falso positivo)	No hay error (1 – β o verdadero positivo)