

Top

TEST

Left side

Right side

Bottom

Control

Luis A. Orozco

lorozco@umd.edu

www.jqi.umd.edu

Lección 5 en el Departamento de Física U. de C.
Marzo 2024





<https://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2024/Results24.htm>

Plan:

Control

PID

Ejemplo PDH

Enfriamiento por control

Control

Consideremos un sistema cuya dinámica se describe mediante $G(s)$. El objetivo es que la salida del sistema $[y(t)]$ siga a una señal de referencia $[r(t)]$ lo más fielmente posible.

El general la estrategia consta de dos partes: En primer lugar, medimos $y(t)$ determinando la diferencia, el error $[e(t)]$: $e(t) = r(t) - y(t)$. El controlador usa $e(t)$ para ajustar la entrada $u(t)$ para llevar $y(t)$ a $r(t)$. Esa es la aplicación de retroalimentación para tratar de minimizar la magnitud o la magnitud cuadrada de $e(t)$.

Nota: en teoría de control se utilizan transformadas de Laplace (s) preferencialmente y no de Fourier (ω), pero estas últimas también se pueden usar.

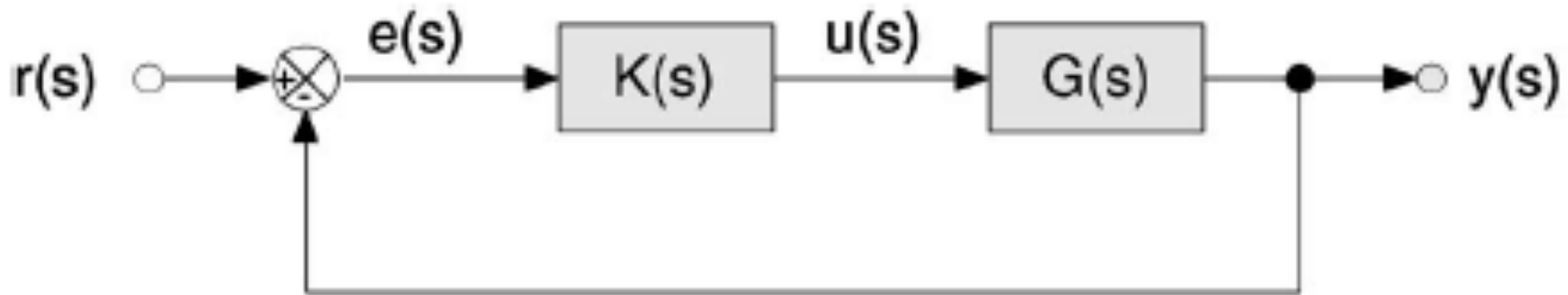
Modelo del Sistema en espacio de frecuencia; para pasar de Laplace a Fourier, cambiar s por $i\omega$ e integrar en el tiempo desde $-\infty$ a $+\infty$ y sin tomar en cuenta las condiciones iniciales.



$$y(s) = G(s)u(s)$$

La entrada es $u(s)$, puede ser un escalar o un vector. $G(s)$ es la función o matriz de transferencia produce una salida $y(s)$ que es procesada por el sensor con matriz de transferencia $H(s)$ para producir $v(s)$.

El control o retroalimentación consiste en asegurar que la salida del sistema $G(t)$ sea lo deseado lo más exactamente posible. Medir la salida $y(t)$ y determinar la diferencia entre ella $y(t)$ la señal de control deseada (referencia) $r(t)$. El error $e(t) = r(t) - y(t)$. A continuación, modificamos con K a la señal de error para tratar de minimizar su magnitud o su magnitud cuadrada.



Ahora la relación entre la salida y la referencia es:

$$y(s) = K(s)G(s)e(s)$$

$$e(s) = y(s) - r(s)$$

$$y(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} r(s)$$

Esta es la ecuación fundamental del control. Recuerden que estamos en el espacio de frecuencia y se generaliza para vectores de entrada y salida y funciones de transferencia matriciales K y G .

$$y(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} r(s)$$

Dos puntos muy importantes. Asumamos el caso escalar: Entonces $1+K(s)G(s)$ es un polinomio en s de orden n .

Si el sistema $G(s)$ tiene una ganancia muy grande, entonces tomemos el límite $G(s) \rightarrow \infty$ y la salida $y(s)$ sigue exactamente la referencia $r(s)$. Así llegaron a la retroalimentación los ingenieros de Bell pues era muy tardado ajustar individualmente la ganancia de cada teléfono pues había una variabilidad muy grande entre todos los amplificadores producidos $G(s)$ y se tardaban mucho en ajustarlos. Así todos alcanzaban casi el mismo valor de ganancia:

$$y(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K(s)G(s)}} r(s)$$

Siempre asegúrense tener una ganancia tan grande como posible al menos en DC, para que el resultado sea lo más independiente de las componentes de su sistema.

$$y(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} r(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} r(s) = T(s)r(s)$$

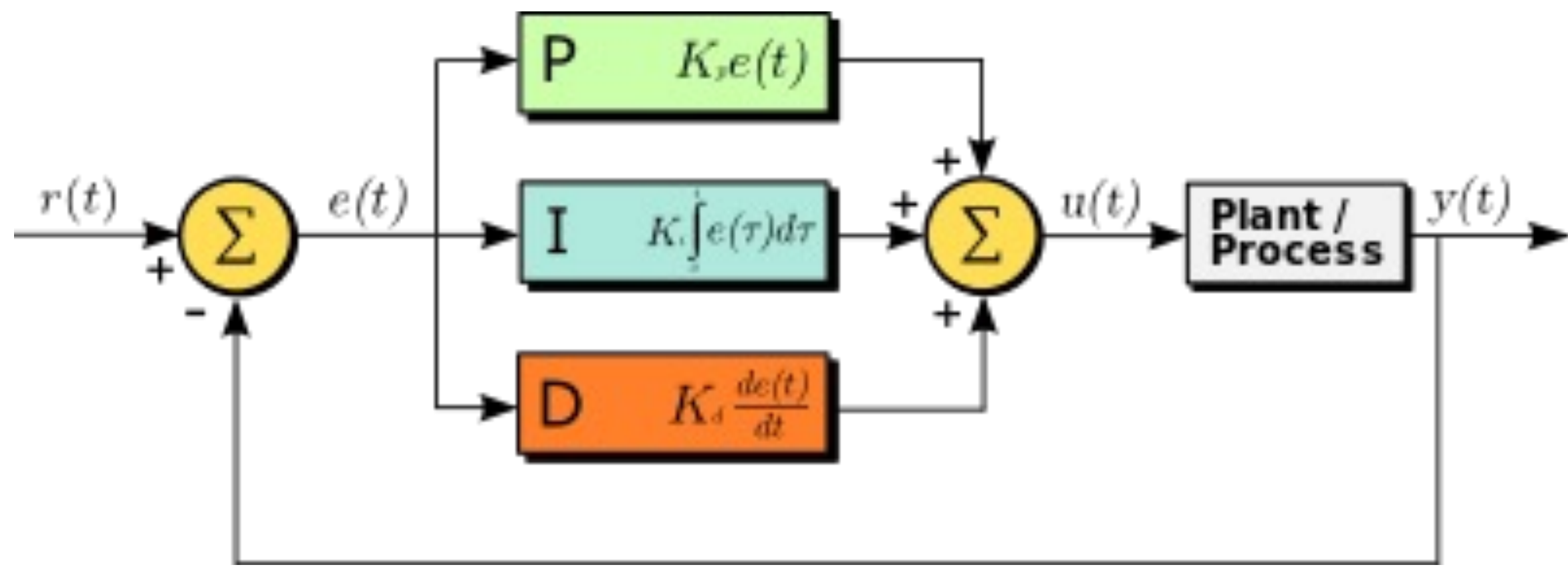
Si el denominador tiene un cero a cierta frecuencia s , esto es el valor de $K(s)G(s)=-1$ hay un problema, pues va a oscilar sin amortiguamiento. Es necesario cambiar la posición de ese polo del denominador, cambiando la amplitud y la fase de $K(s)G(s)$, que se conoce como la ganancia abierta (open loop gain) $L(s)$. Eso se logra cambiando $K(s)$, que puede ser un polinomio con un término constante K_p , uno proporcional a la integral del error $K_i s$ ($K_i i\omega$), uno proporcional a la derivada del error $K_d 1/s$ ($K_d 1/i\omega$) y otras combinaciones.

Control PID

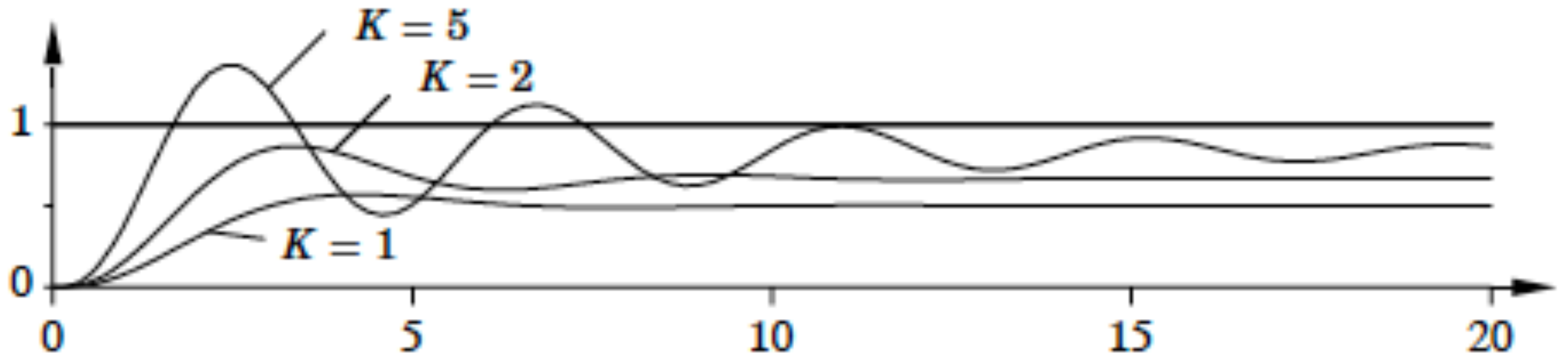
Usando solamente control proporcional no es posible reducir el error a cero, pues para que funcione el control debe tener una entrada.

Además, como se quiere ponerlo lo más grande posible el sistema tiende a oscilar, se encuentra el primer polo. Siempre quedará una diferencia (offset). Para resolver esto se utiliza control integral, la señal es dependiente del pasado. Al agregar este tipo de control cambiamos la pendiente de $L(s)$ y por lo tanto también donde cruza 1 y su fase. Podemos agregar control K_d este permite predecir mejor el futuro, por lo tanto, hacer más confiable el control.

No he hablado de ruido, pero por supuesto eso complica todo.

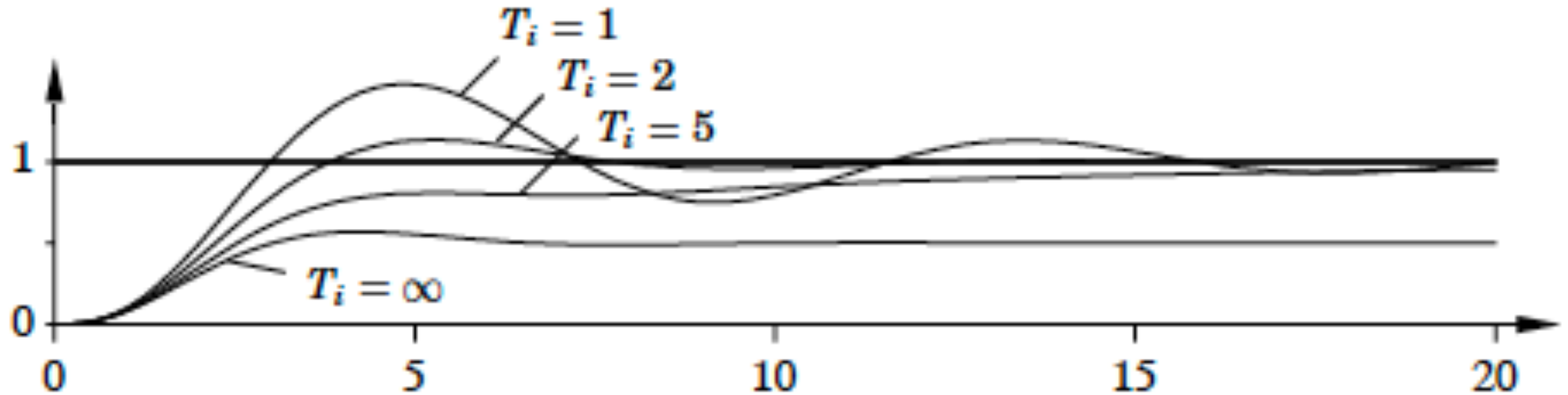


$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$



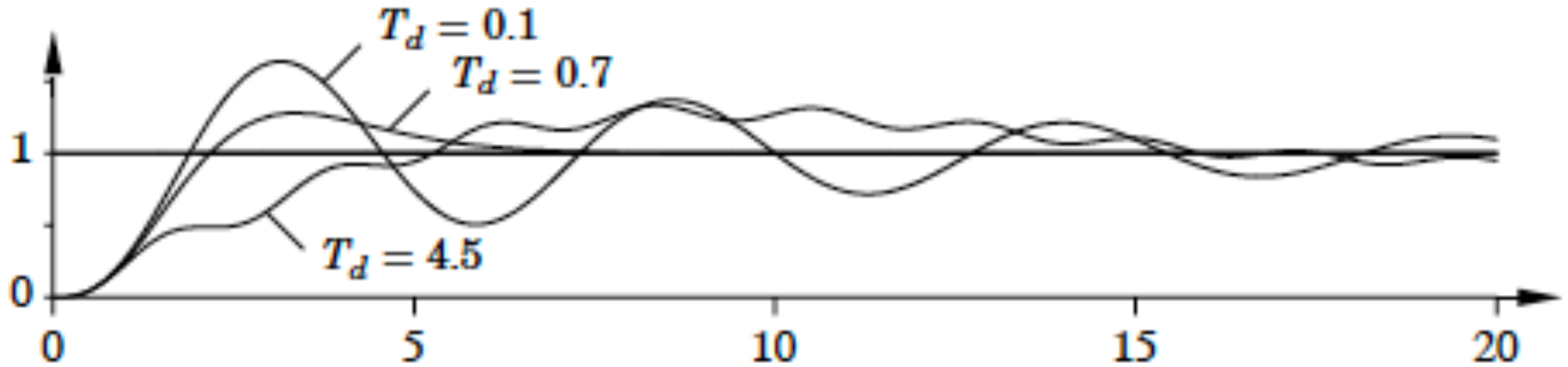
Respuesta temporal de la variable de proceso (PV) al cambio instantáneo de referencia, para tres valores de K_p (T_i^{-1} y T_d se mantienen en cero).

La salida no alcanza el valor de referencia (hay un offset) pues para tener retroalimentación necesita tener un error. Las oscilaciones son debidas al primer polo en la función de transferencia.



Respuesta temporal de la variable de proceso (PV) al cambio instantáneo de referencia, para varios valores de T_i ($K = 1$ y $T_d = 0$). Si $T_i \rightarrow \infty$ no hay retroalimentación integral y el offset reaparece.

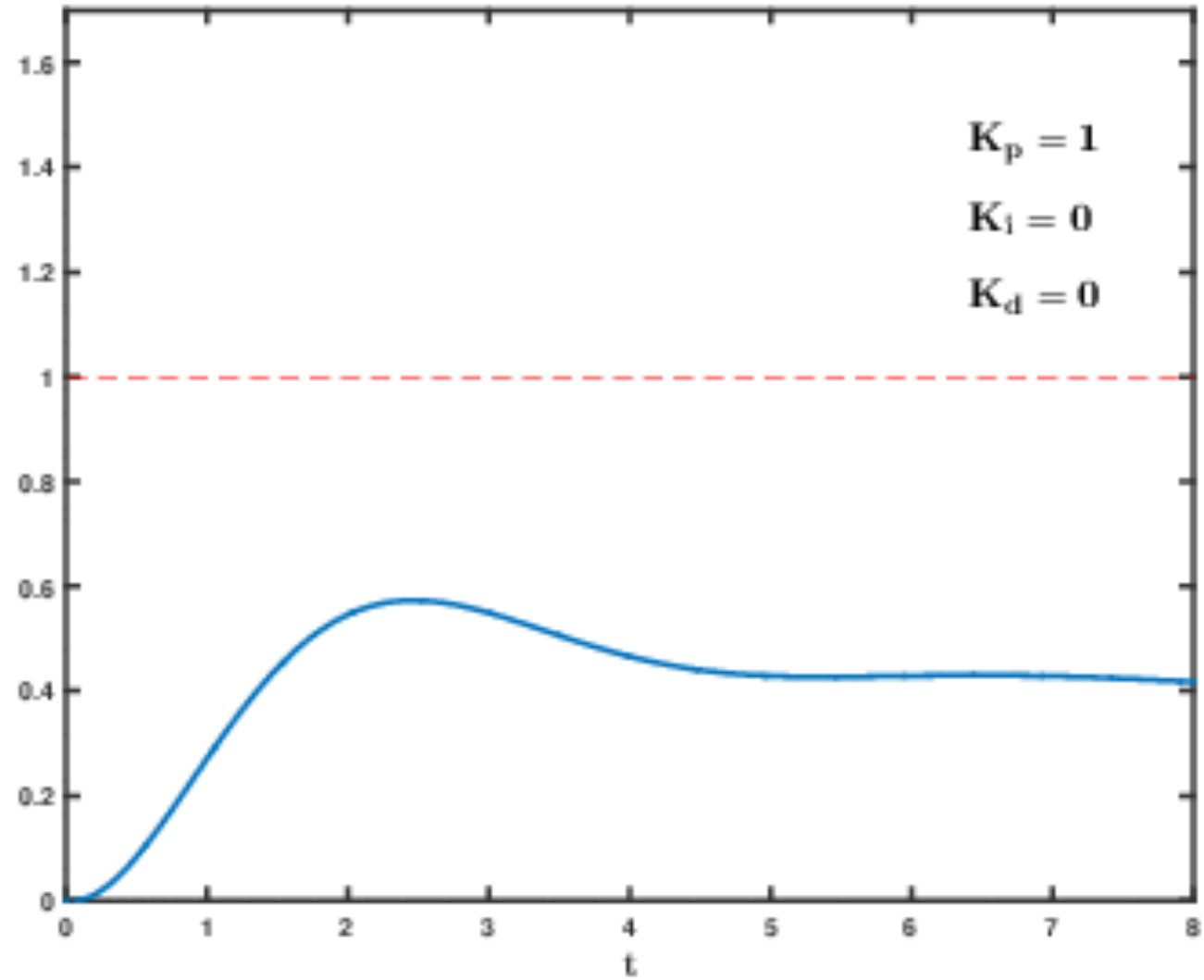
Atenúa las oscilaciones, llega al valor de la referencia. La retroalimentación depende del pasado; es la integral del error.



Respuesta temporal de la variable de proceso (PV) al cambio instantáneo de referencia, para varios valores de T_d ($K = 3$ y $T_i = 2$).

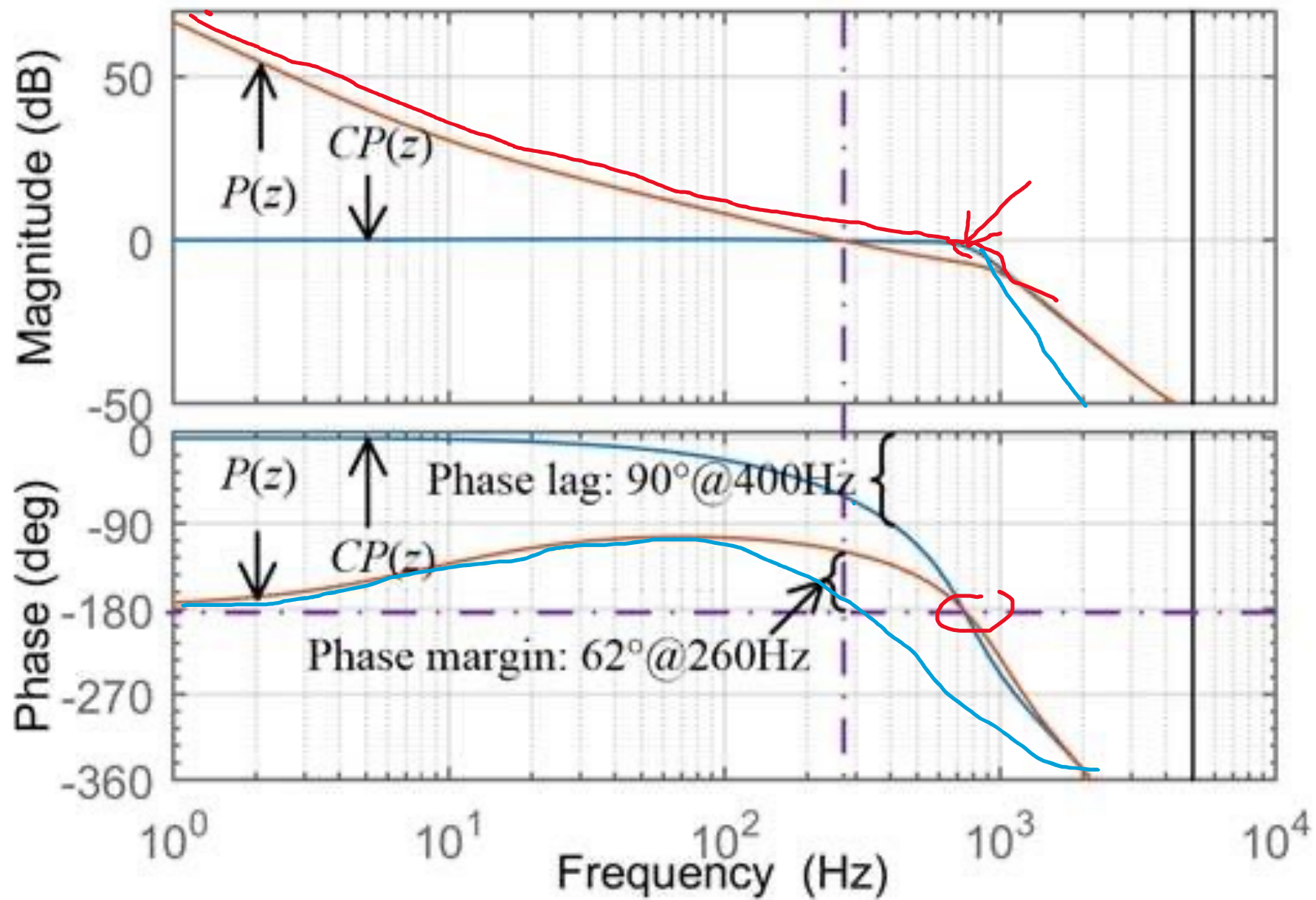
Acelera la llegada a la referencia. Es una predicción de hacia donde va el sistema (Newton Rapson).

Respuesta a un impulso unitario, las tres a la vez.

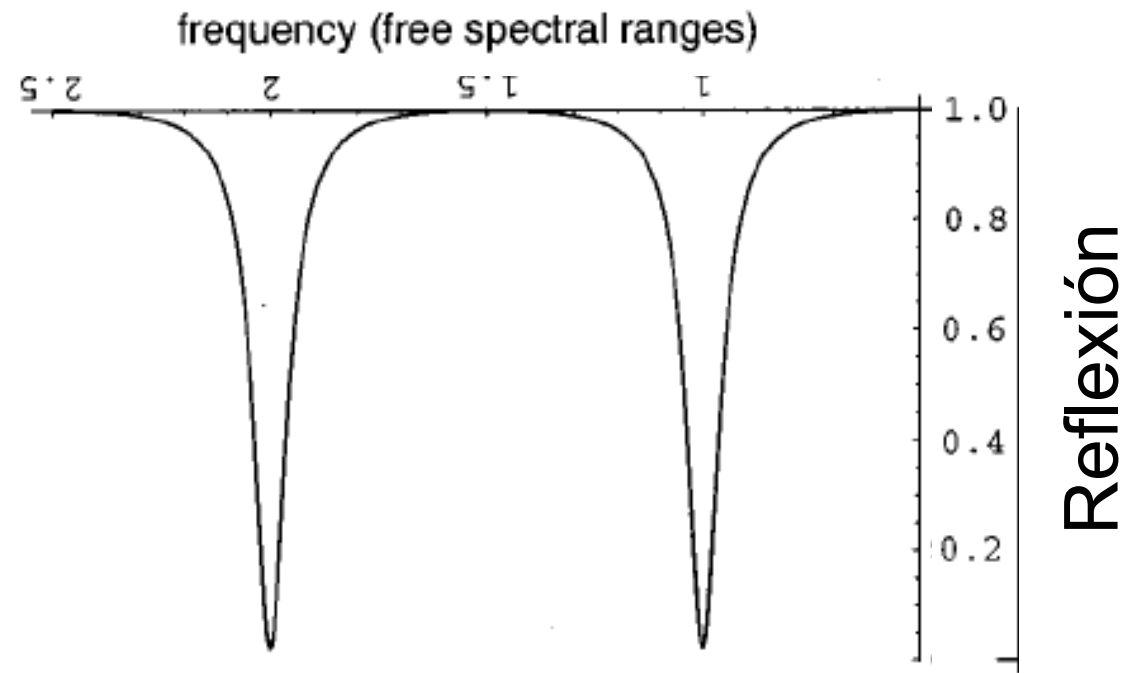
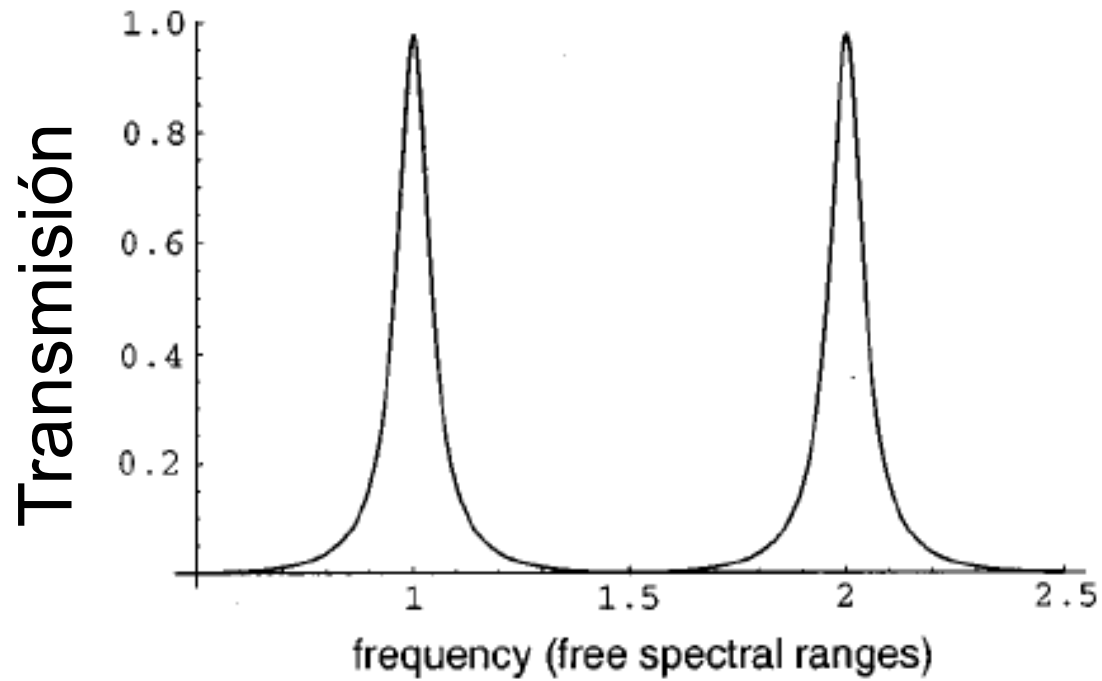


Para lograr un buen amarre:

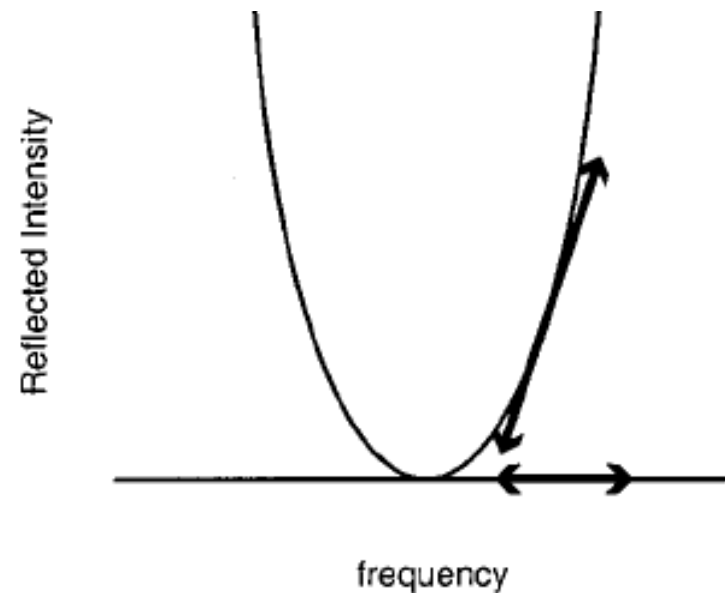
Asegurarse que en DC la ganancia abierta sea tan grande como posible. K proporcional debe ser tan grande como posible. El sistema comenzara a oscilar, prender el control integral para atenuar la oscilación. Esto cambia la posición de los polos. Incrementar de nuevo K hasta encontrar el nuevo polo; repetir y agregar si necesario un poco del control derivativo.



Control de la resonancia de una cavidad electromagnética
Laser, Fabry Perot, LIGO, VIRGO



¿Cómo obtener una señal de error? saber en qué dirección la frecuencia ha cambiado.



Modulador Electro Optico, una Celda de Pockels

El índice de refracción de ciertos materiales puede depender de un campo eléctrico externo:

$$n = n_0 + n_1 E(t) + n_2 E(t)^2 + \dots$$

El efecto Pockels es debido al coeficiente lineal, el efecto Kerr al coeficiente del cuadrado.

Si el campo eléctrico aplicado a un modulador electro óptico varía en el tiempo, así lo hará el índice de refracción, por lo que la fase dado un vector de onda en el vacío k : $(n\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ de un haz atravesándolo será modulada.

Modulación de la fase cuando el campo externo es un seno con frecuencia Ω y profundidad de modulación β . Este parámetro depende del modulador y es la razón de dos frecuencias: el numerador es cuán lejos varía la frecuencia y el denominador cuán a menudo se cambia.

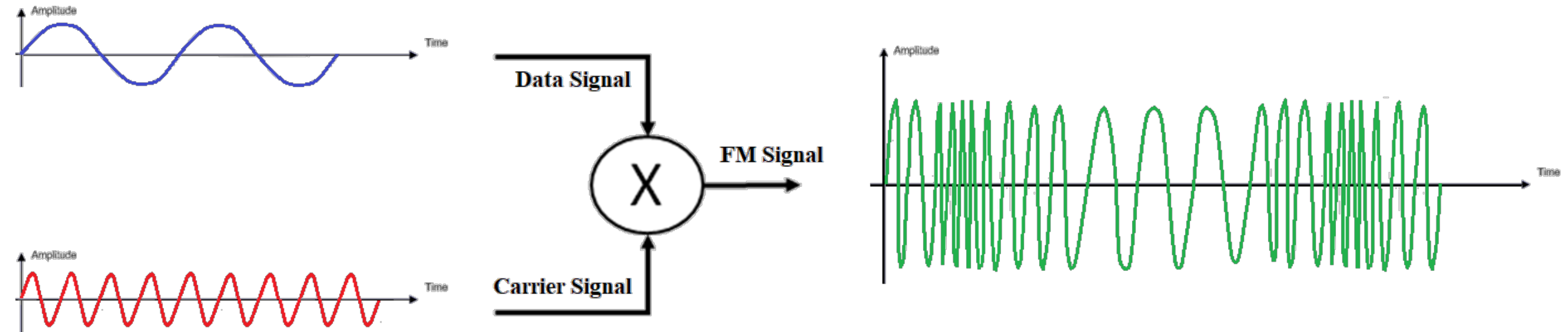
$$E_{inc} = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)}$$

La expansión de Laurent de la función generadora de las funciones de Bessel J:

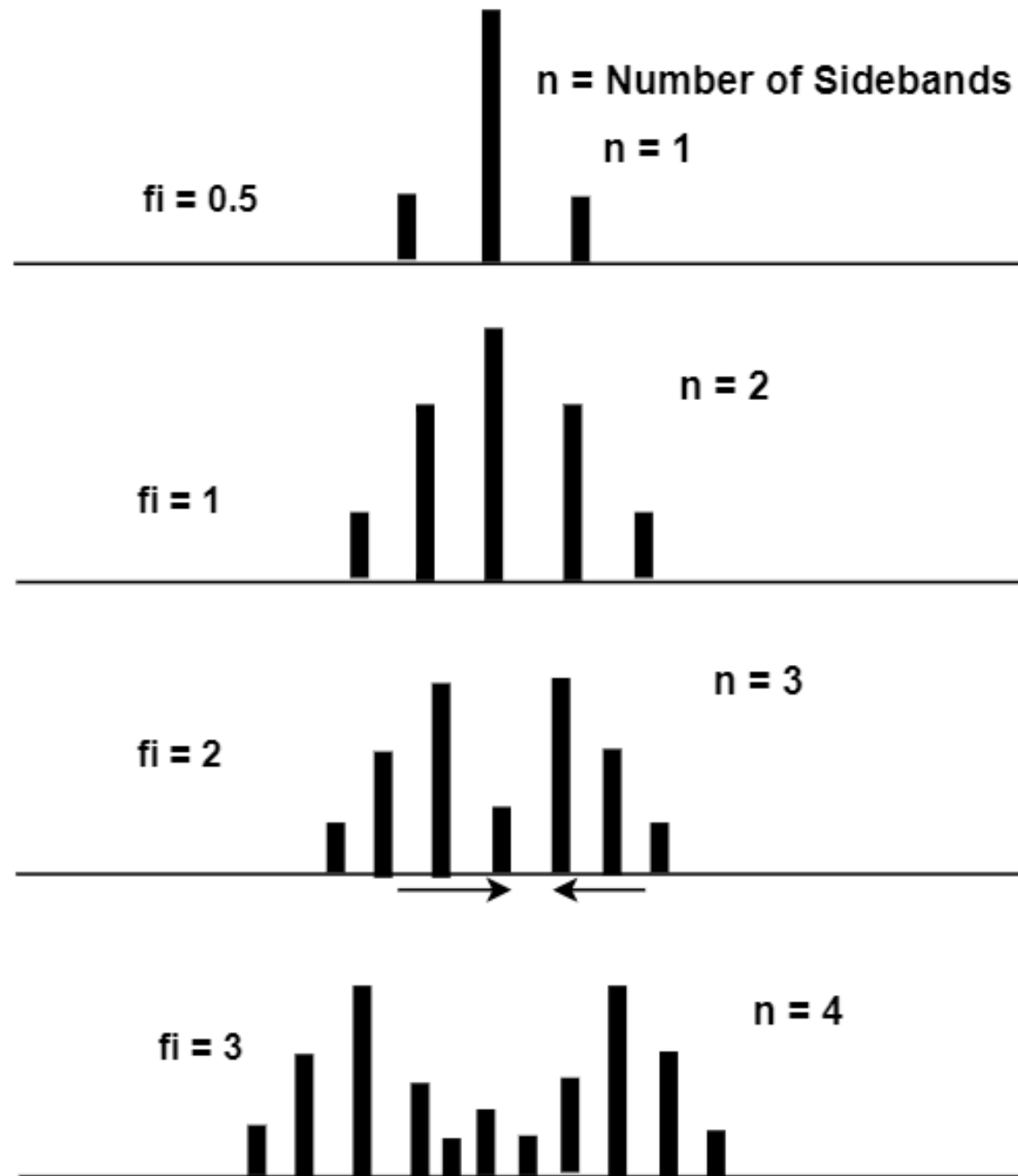
$$e^{i\beta \sin \Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{in\Omega t}$$

En el caso electro-óptico el numerador depende de las propiedades del cristal y del voltaje aplicado, mientras que el denominador es la frecuencia aplicada. Cuando están escaneando una frecuencia lentamente. El espectro se modifica con la aparición de bandas.

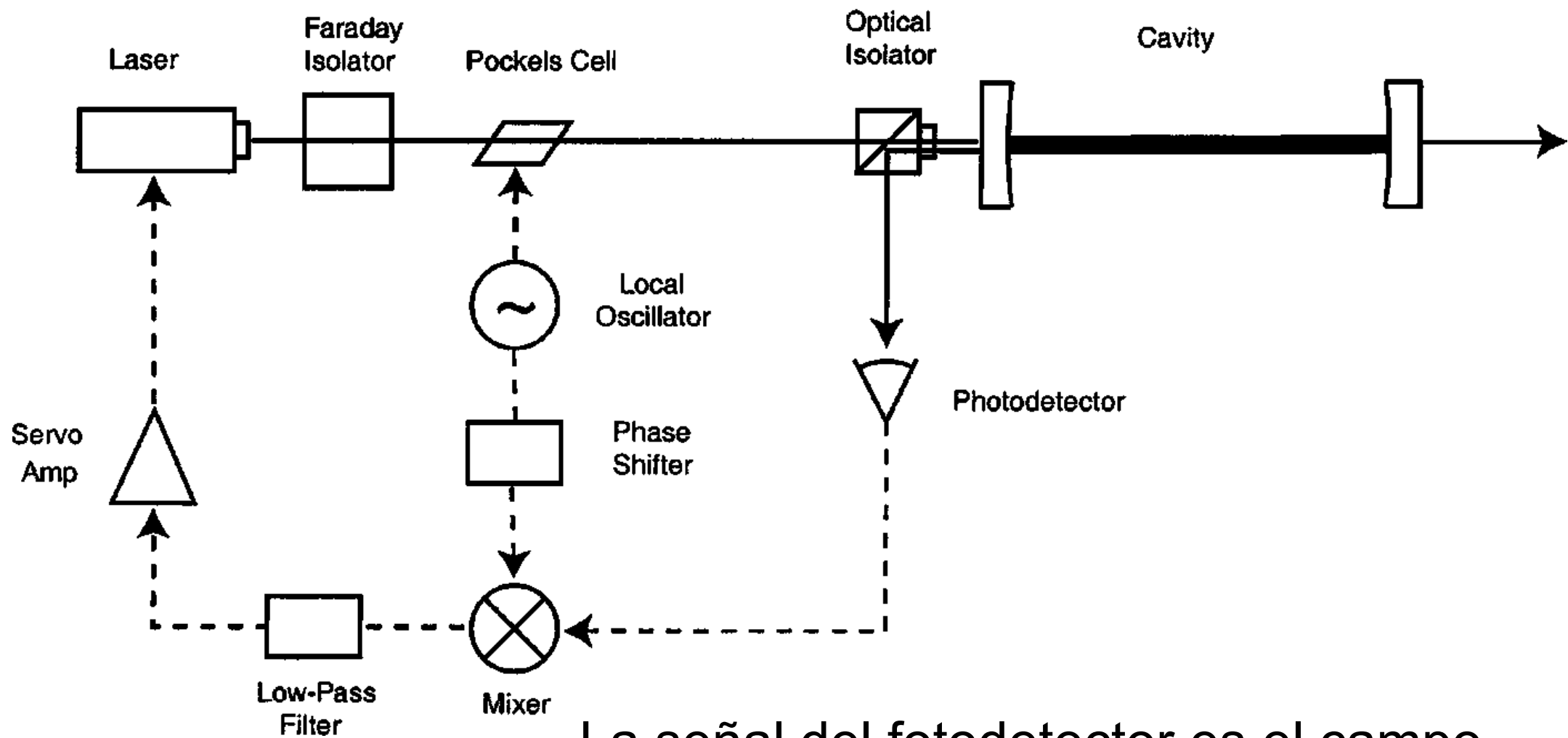
Modulación de frecuencia electrónica mostrando el resultado en función del tiempo



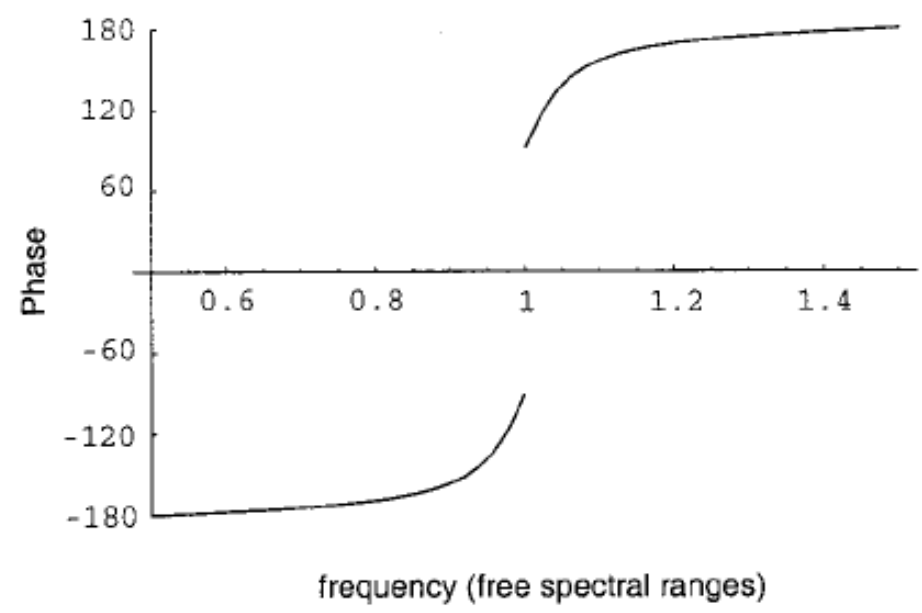
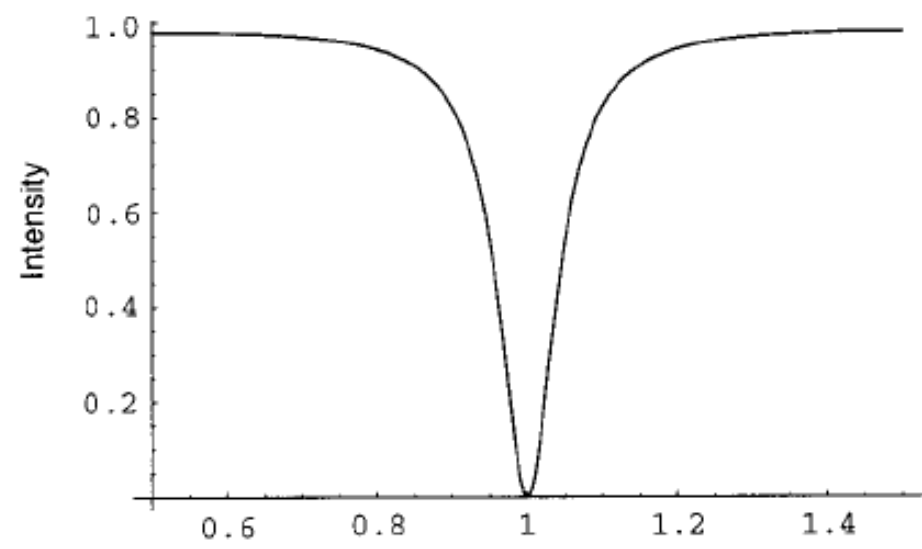
Bandas observadas en el espectro de potencia de una señal con frecuencia modulada en función del índice de modulación f_i en la gráfica.



Ejemplo con el amarre de Pound Drever Hall



La señal del fotodetector es el campo reflejado con sus bandas. Será proporcional al cuadrado del campo reflejado.



frequency (free spectral ranges)

Cuando el índice de modulación es bajo $\beta \ll 1$ basta con el primer orden.

Los términos a $\pm \Omega$ son iguales, pero tienen π rad de diferencia (signo -)

$$\begin{aligned} E_{\text{inc}} &\approx [J_0(\beta) + 2iJ_1(\beta)\sin \Omega t]e^{i\omega t} \\ &= E_0[J_0(\beta)e^{i\omega t} + J_1(\beta)e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta)e^{i(\omega-\Omega)t}] \end{aligned}$$

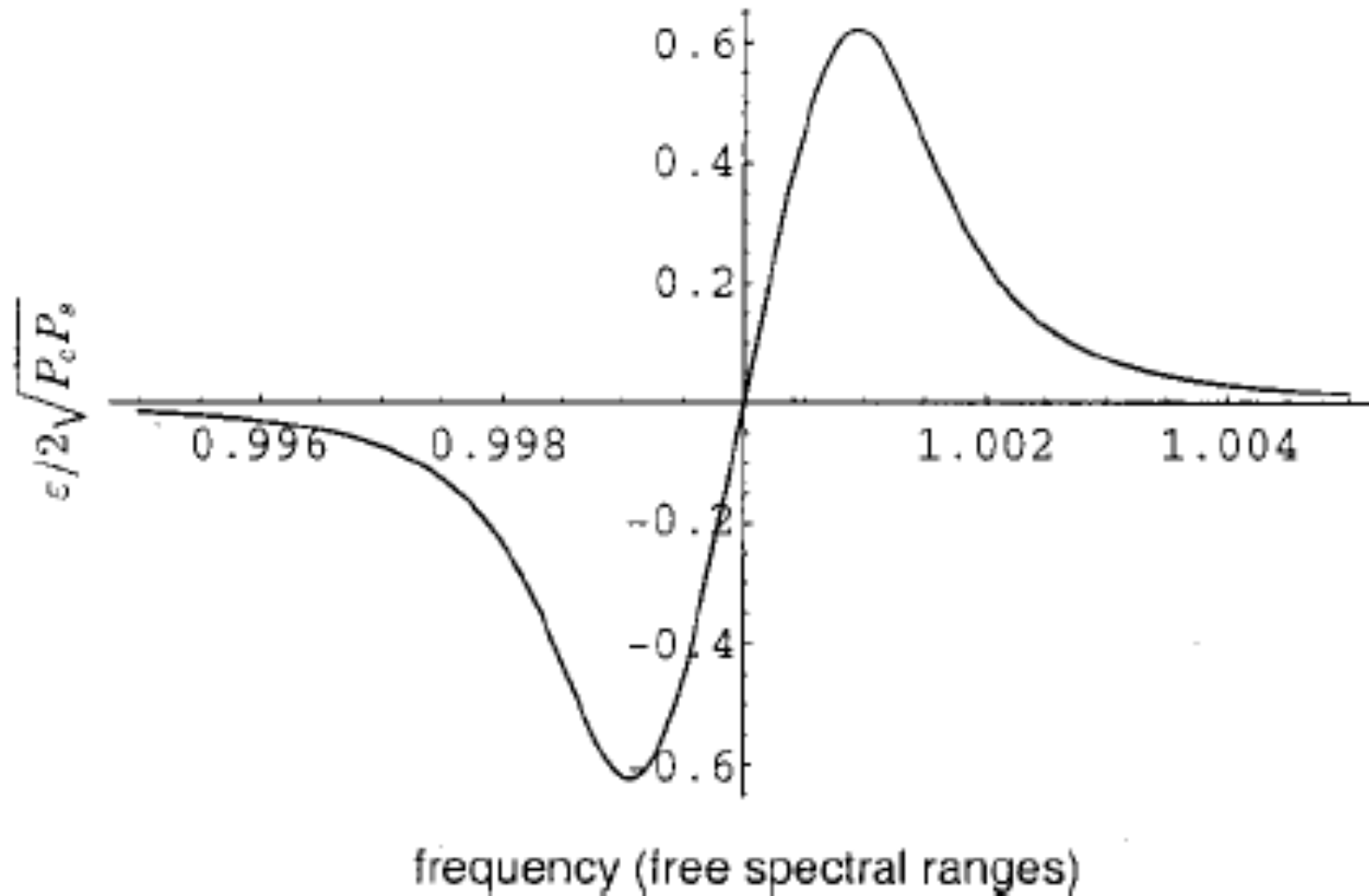
El signo menos va a ser crucial para tener interferencias y obtener una señal de error.

$$E_{\text{ref}} = E_0 [F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + F(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - F(\omega - \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t}]$$

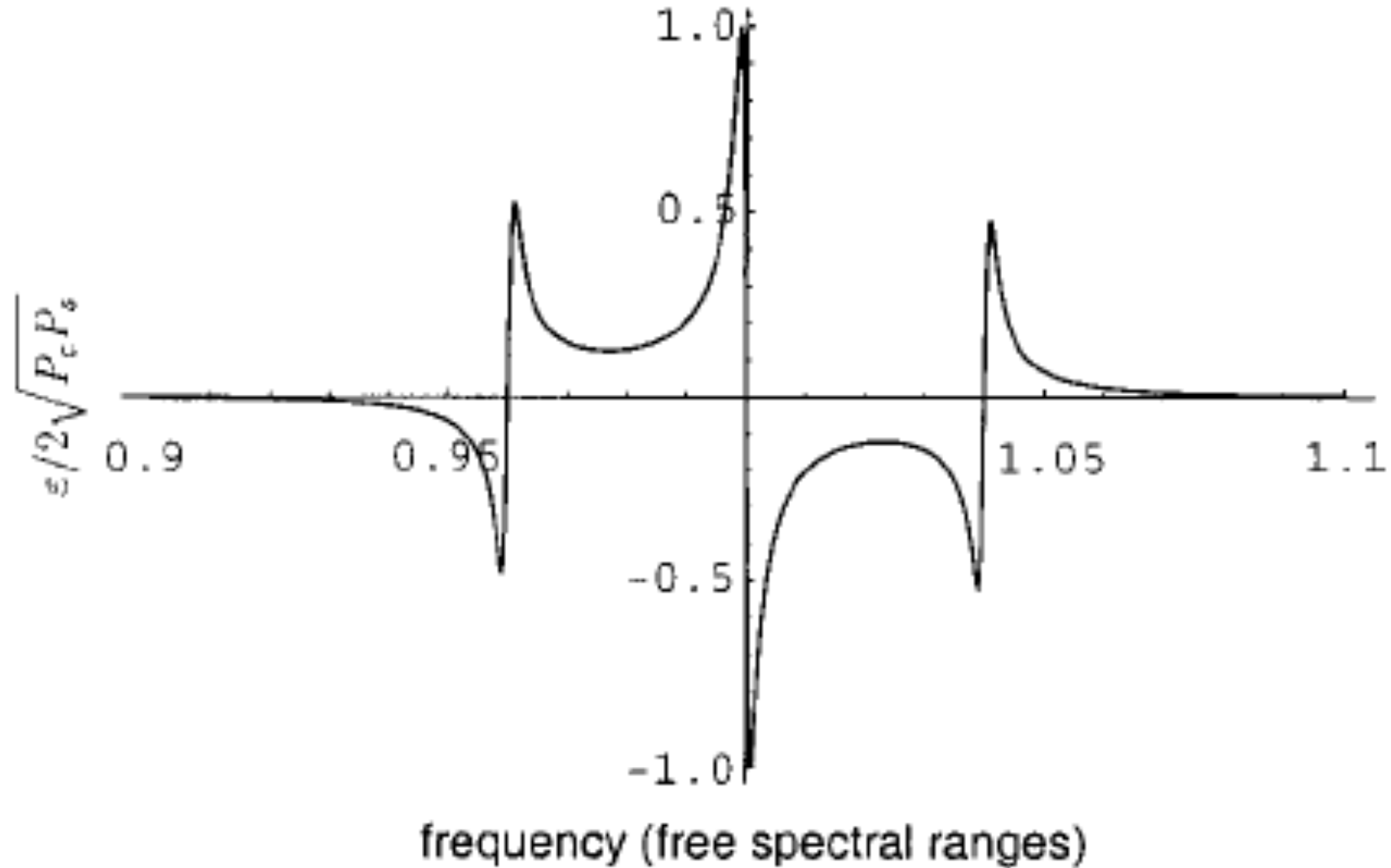
$$P_{\text{ref}} = P_c |F(\omega)|^2 + P_s \{ |F(\omega + \Omega)|^2 + |F(\omega - \Omega)|^2 \} + 2\sqrt{P_c P_s} \{ \text{Re}[F(\omega) F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega) F(\omega - \Omega)] \cos \Omega t + \text{Im}[F(\omega) F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega) F(\omega - \Omega)] \sin \Omega t \} + (2\Omega \text{ terms})$$

$$P_c = J_0^2(\beta) P_0, \quad P_s = J_1^2(\beta) P_0, \quad P_c + 2P_s \approx P_0$$

Señal del error cuando la frecuencia de modulación muy pequeña;
menor al ancho de banda de la resonancia.
Es prácticamente la derivada de la resonancia.



Señal del error cuando β es pequeña pero la frecuencia de modulación es varias veces el ancho de la resonancia.



Algunas notas:

El rango donde puede mantenerse amarrado el sistema viene dado por la región donde la función de error cruza cero. Está determinado por la frecuencia de modulación.

En realidad, está limitado por el tamaño del ruido en la función de error. Cuando este es comparable al valor de la función de error, deja de amarrar.

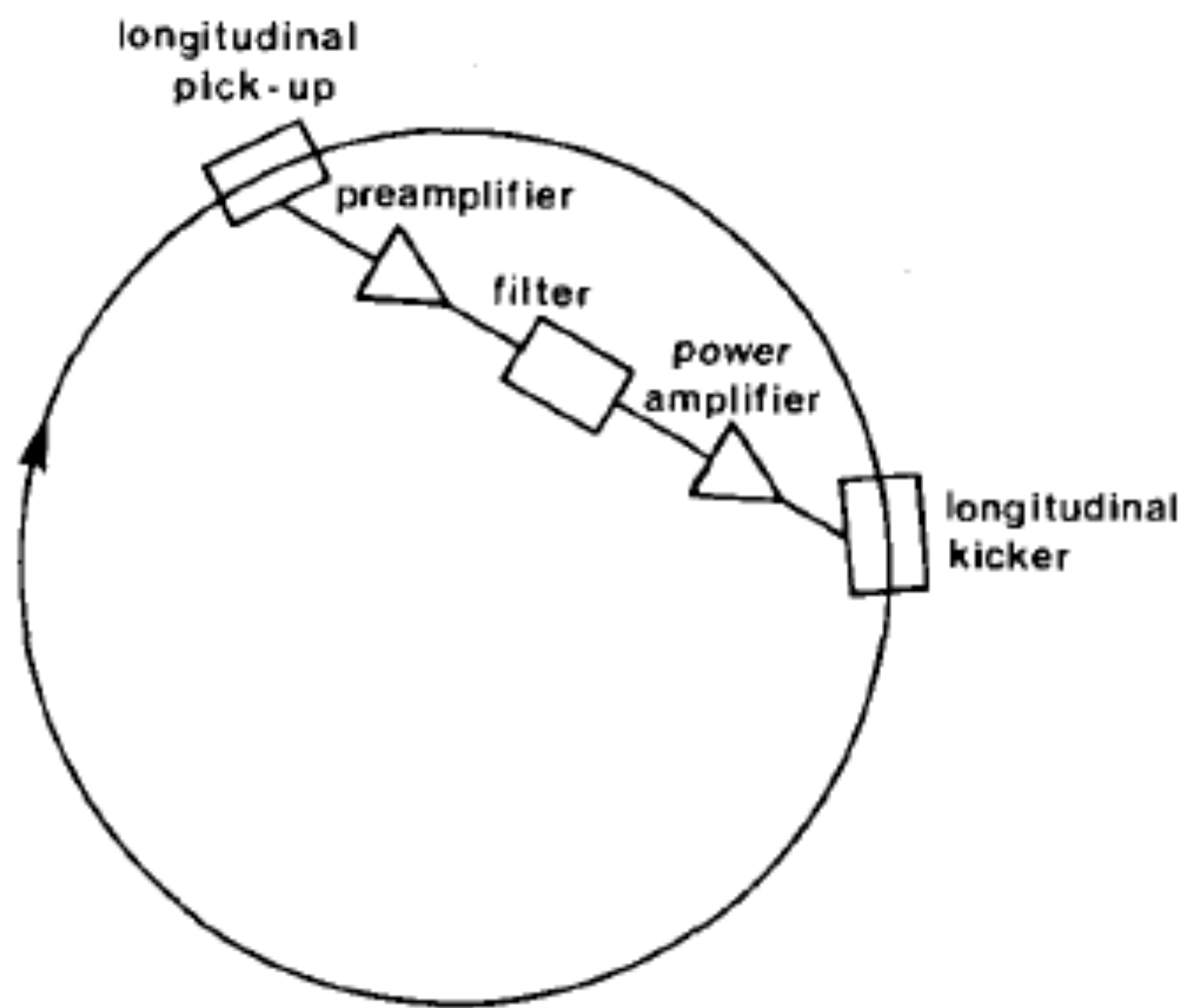
Los moduladores electro-ópticos tienen sensibilidad a la polarización de la luz y pueden ser sensibles a la temperatura.

Una manera de cambiar la fase para adquirir el error es cambiar un poco la frecuencia.

Enfriamiento estocástico de partículas en un acelerador

Simon van der Meer (CERN)

Lección Nobel.



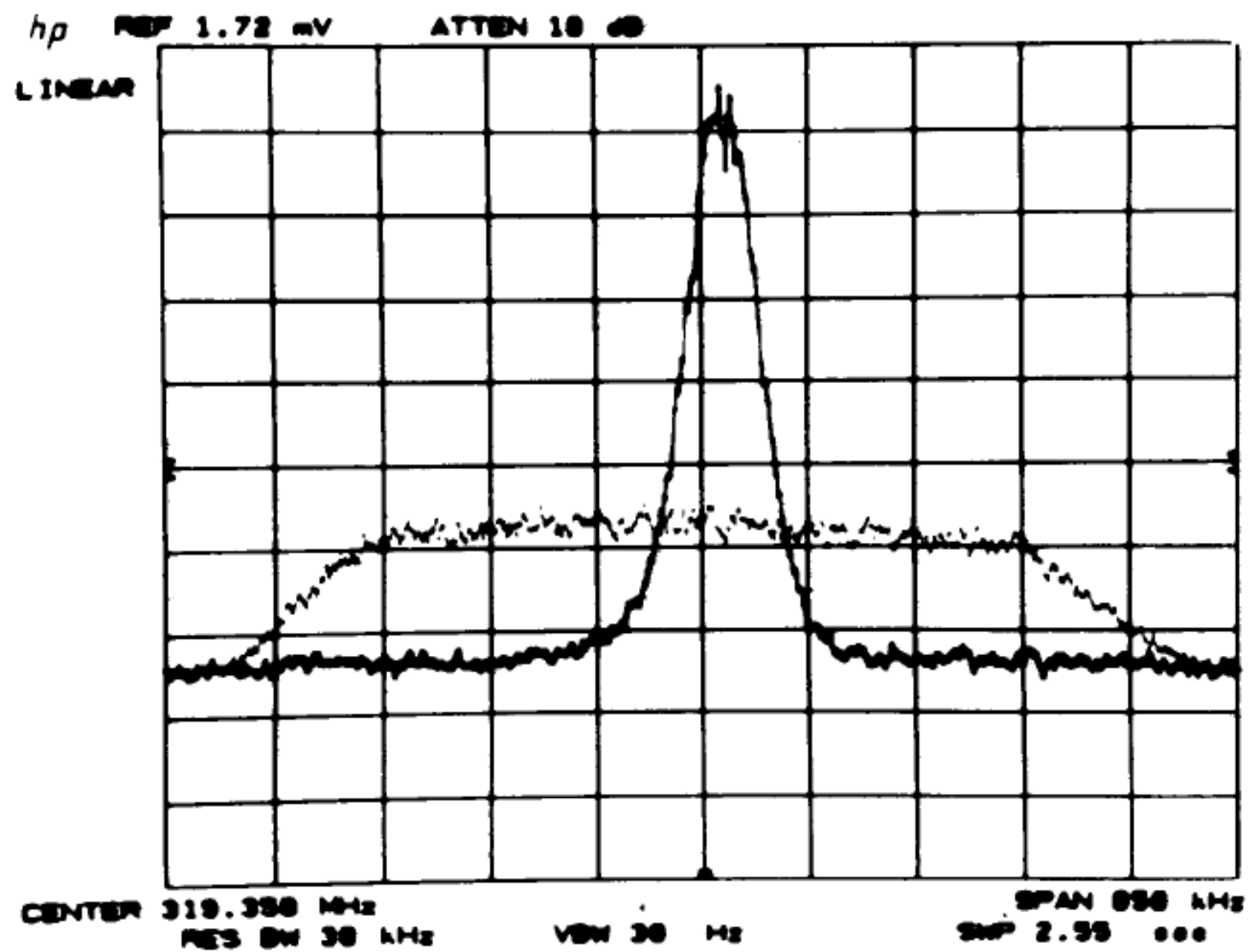
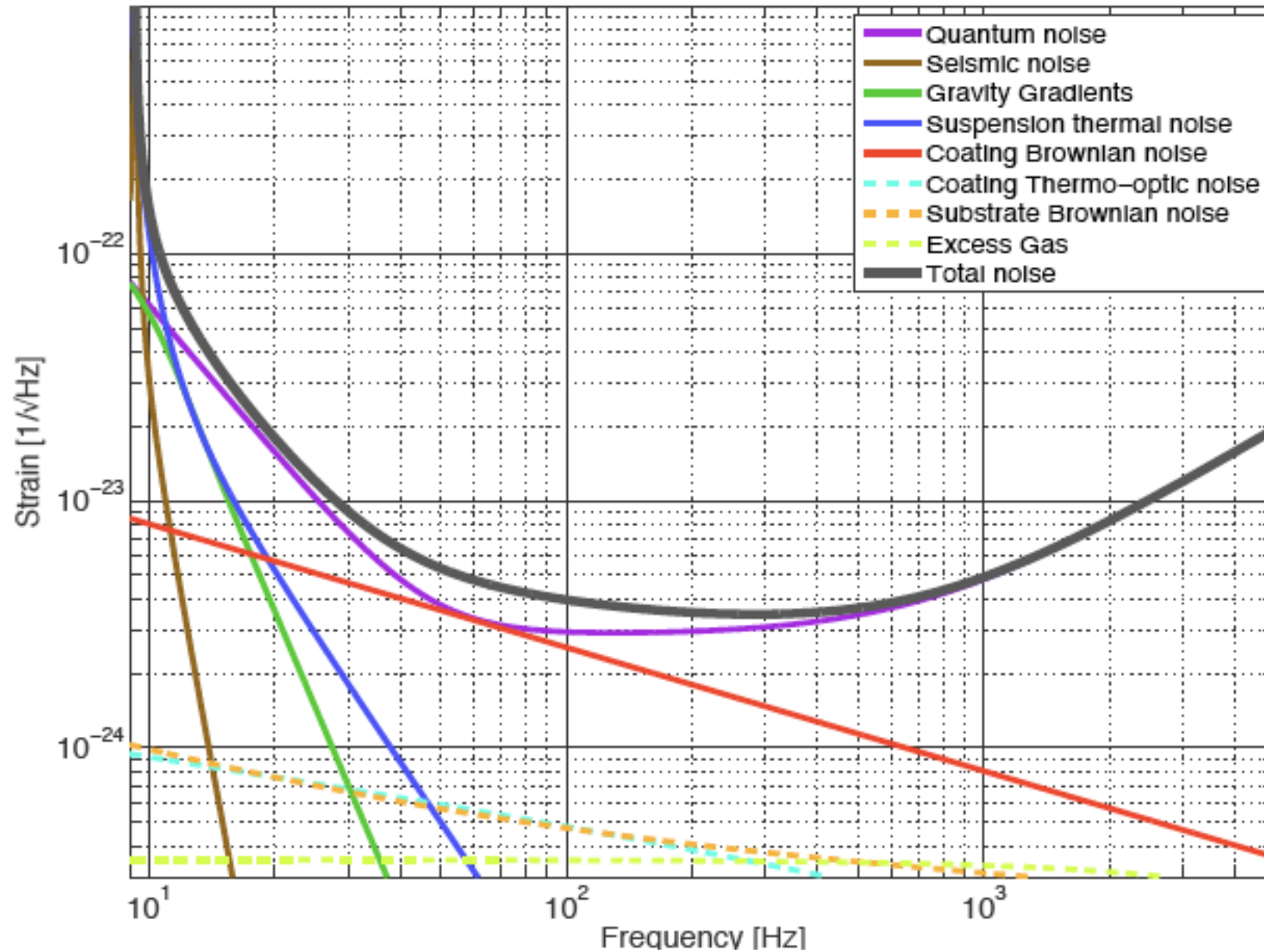


Fig. 13. Precooling $6 \times 10^6 \bar{p}$'s in 2 seconds. Longitudinal Schottky band at the 170th harmonic (314 MHz) before and after cooling.

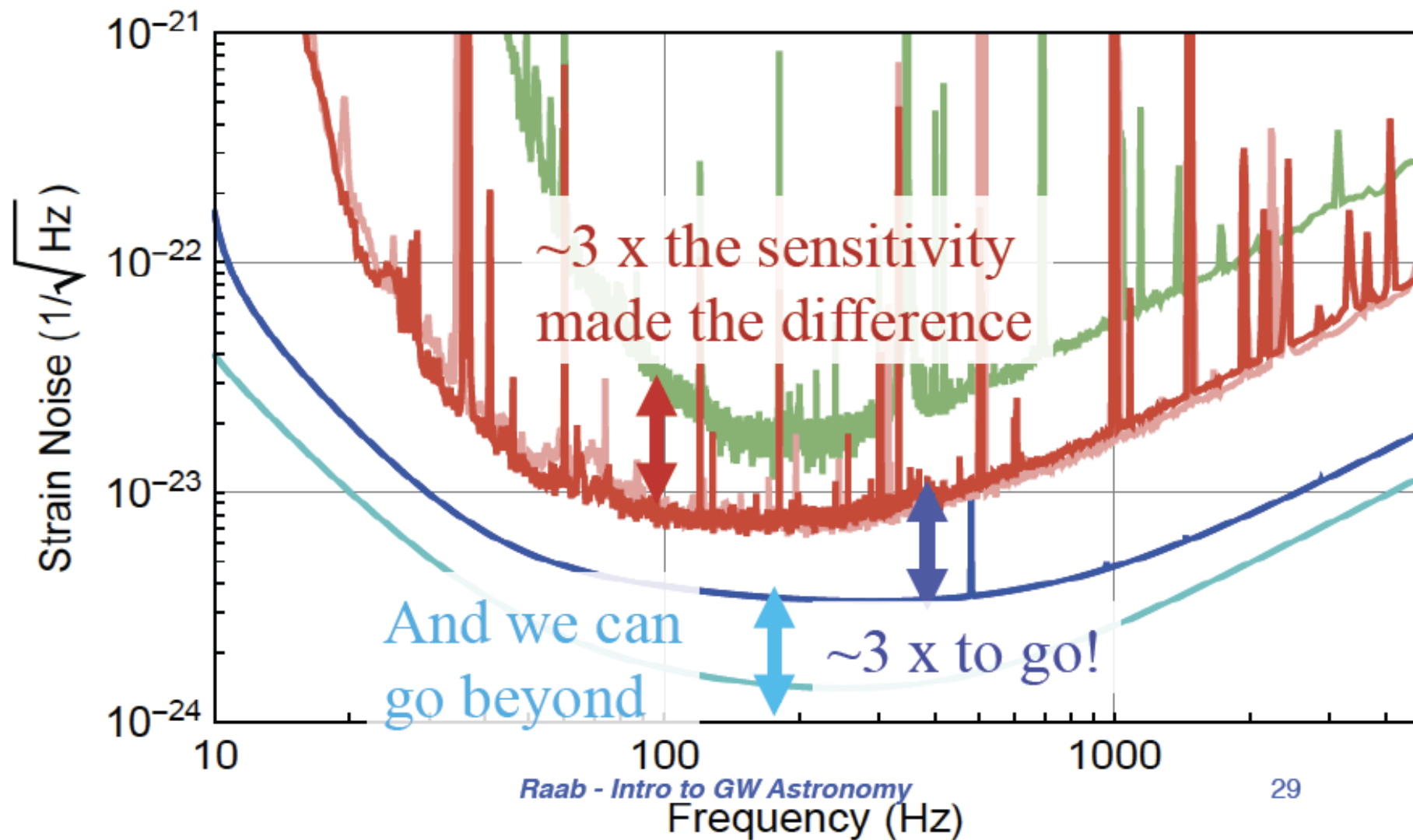
ASD de LIGO

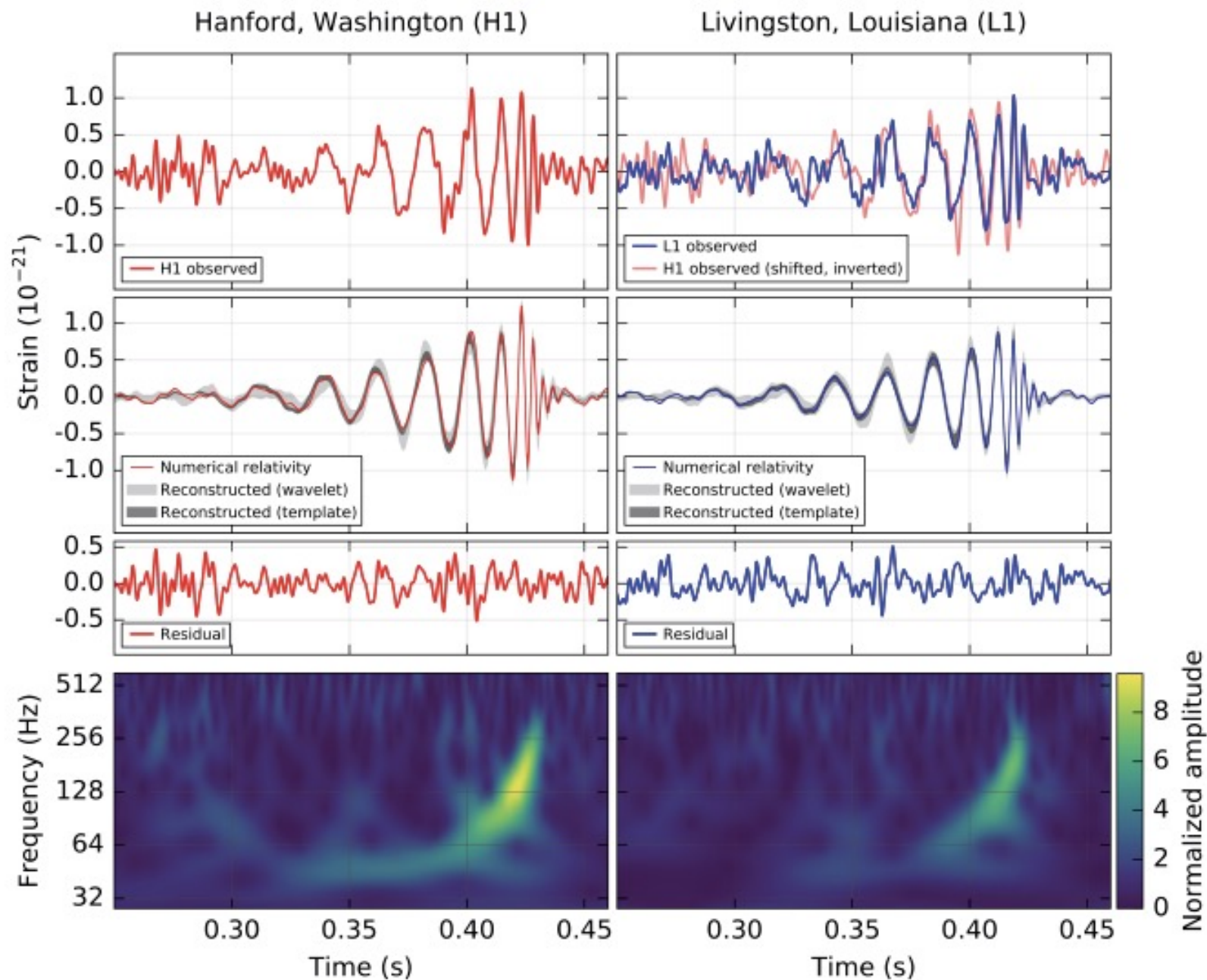
Principal noise terms





Initial S6 / Advanced O1
Design / A+ Upgrade





Referencias:

John Bechhoefer, Rev. Mod. Phys. 77, 783 (2005)
Feedback for physicists: A tutorial essay on control.

Paul Horowitz and Winfield Hill, The Art of Electronics,
Cambridge University Press.

Philip C. D. Hobbs, Building Electro-Optical Systems:
Making it All Work. John Wiley & Sons, Inc.

Eric D. Black, An introduction to Pound-Drever-Hall laser
frequency Stabilization, Am. J. Phys. 69, 79 (2001).

Gracias

