Top

Left side

TEST

Right side

bottom

Electrodinámica cuántica de cavidades y de guías de onda 5 lección

Postgrado, Física, UNAM, México, Marzo 2019

Luis A. Orozco
www.jqi.umd.edu

UNIVERSITY OF MARYLAND 1856

JOINT QUANTUM INSTITUTE

PHYSICS FRONTIER CENTER

NIST

0. Una revisión de Electricidad y Magnetismo.

Ecuaciones de Maxell:

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \frac{\partial (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

La Ecuación de Onda:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}$$

$$-\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) + \nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}.$$

In free space, $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ and $\mathbf{P} = 0$,

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

Una nota sobre polarización

La ley de Gauss en espacio libre:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla_T \cdot \vec{E} + \frac{2\pi}{\lambda} i E_Z = 0$$

Si existe un “gradiente transversal” en el campo radiado propagándose en z, existe una polarización longitudinal también en z

La densidad de energía del campo electromagnético

La densidad de energía:

$$\frac{\mathcal{E}_{el}}{V} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E} \bullet \vec{E}}{2}$$

$$\frac{\mathcal{E}_{mag}}{V} = \frac{\vec{B} \bullet \vec{B}}{2\mu_0}$$

$$\frac{E}{B} = c = \left(\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \right)^{1/2}$$

$$\frac{\mathcal{E}_{tot}}{V} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E} \bullet \vec{E}}{2} + \frac{\vec{B} \bullet \vec{B}}{2\mu_0} = \varepsilon_0 \vec{E} \bullet \vec{E}$$

THE

ASTROPHYSICAL JOURNAL

AN INTERNATIONAL REVIEW OF SPECTROSCOPY
AND ASTRONOMICAL PHYSICS

VOLUME XVII JUNE 1903 NUMBER 5

THE PRESSURE DUE TO RADIATION.[1]

By E. F. NICHOLS and G. F. HULL.

THE PRESSURE DUE TO RADIATION.[1]

By E. F. NICHOLS and G. F. HULL.

As EARLY as 1619 Kepler[2] announced his belief that the solar repulsion of the finely divided matter of comets' tails was due to the outward pressure of light. On the corpuscular theory of light Newton[3] considered Kepler's idea as plausible enough, but he was of the opinion that the phenomenon was analogous to the rising of smoke in our own atmosphere. In the first half

In 1873 Maxwell,[1] on the basis of the electromagnetic theory, showed that if light were an electromagnetic phenomenon, pressure should result from the absorption or reflection of a beam of light. After a discussion of the equations involved, he says: "Hence in a medium in which waves are propagated there is a pressure in the direction normal to the waves and numerically equal to the energy in unit volume." Maxwell computed the pressure exerted by the Sun on the illuminated surface of the Earth, and added:

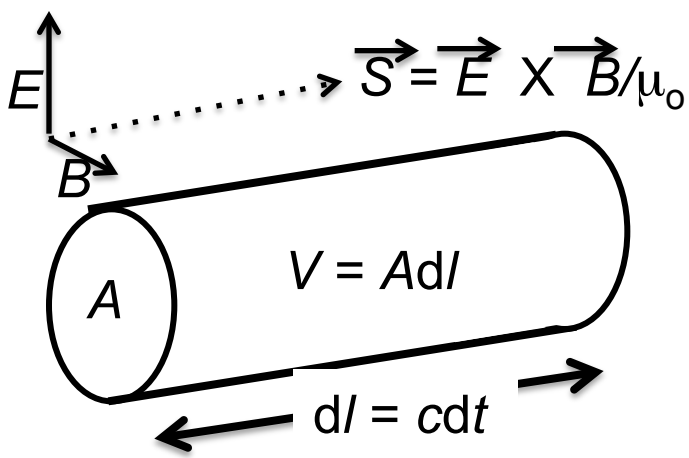
It is probable that a much greater energy of radiation might be obtained by means of the concentrated rays from an electric lamp. Such rays falling on a thin metallic disk, delicately suspended in a vacuum, might perhaps produce an observable mechanical effect.

Presión del campo electromagnético

$$\frac{\mathcal{E}nergía}{Volumen} = \frac{Fuerza \bullet distancia}{Area \bullet distancia} = Presión$$

$$\frac{\mathcal{E}_{tot}}{V} = Presión = \varepsilon_0 \vec{E} \bullet \vec{E}$$

Desde el punto de vista del Vector de Poynting:
Flujo de la densidad de energía



$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$S = \frac{c}{\mu_0} B^2 = \varepsilon_0 c E^2$$

$$\frac{Potencia}{Area} = \frac{Energía}{Area \bullet dt} = \frac{Energía}{Area \bullet dl}\frac{dl}{dt} = \frac{Energía\ c}{Volumen}$$

$$\frac{Potencia}{Area} = \frac{\mathcal{E}_{tot} c}{V} = Presión\ c = \varepsilon_0 c \vec{E} \bullet \vec{E}$$

Para que esta potencia pueda ser absorvida el campo debe estar haciendo trabajo en las cargas eléctricas en A

$$\frac{\mathcal{E}_{tot} c}{V} = q\ \vec{E} \bullet \vec{v}$$

$$v_{par\ \bar{E}} = \frac{\mathcal{E}_{tot} c}{VqE}$$

las cargas en esta Area A sienten la fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v}_{par\ \bar{E}} \times \vec{B}$$

$$Presión = \frac{F}{A} = \frac{q\mathcal{E}_{tot} c}{VqE}\frac{E}{c} = \frac{\mathcal{E}_{tot}}{V} = \varepsilon_0 E^2$$

Ejemplo numérico

La constante sola es aproximadamente 1.3 $kW/m^2 = Wc/V$

La densidad de energía = presión = $\dfrac{1.3 \times 10^3\ W/m^2}{3 \times 10^8\ m/s}$

$0.4 \times 10^{-5}\ W\ s/m^3 = 0.4 \times 10^{-5}\ J/m^3 = 4\ mN/m^2$

(no muy grande)

recuerden:

$P = F/A = W/V = W/Ac\mathrm{d}t$

Impulso = momentum entregado = $F\mathrm{d}t = W/c$

La dirección de la fuerza de Lorenz en este caso es perpendicular al campo eléctrico y al campo magnético, en la dirección de propagación de la onda

El campo magnético de la onda es responsable de la presión ejercida por el campo electromagnético.

Cuando les digan que el campo magnético no importa, se están olvidando de la presión de radiación, la base de buena parte del enfriamiento por láser y de los fenómenos mecánicos inducidos en átomos y moléculas por su interacción con la luz.

El dipolo clásico

El átomo de Lorentz: el electrón oscila alrededor de un ión pesado

$$m\ddot{\mathbf{x}} + m\omega_0^2\mathbf{x} = 0$$

Impulsado por un campo monocromático:

$$\mathbf{E}^{(+)}(t) = \hat{\varepsilon}E_0^{(+)}e^{-i\omega t}$$

Oscilador armónico impulsado

$$m\ddot{\mathbf{x}}^{(+)} + m\omega_0^2\mathbf{x}^{(+)} = -\hat{\varepsilon}eE_0^{(+)}e^{-i\omega t}$$

$$\mathbf{x}^{(+)}(t) = \hat{\varepsilon} x_0^{(+)} e^{-i\omega t}$$

$$-m\omega^2 x_0^{(+)} + m\omega_0^2 x_0^{(+)} = -eE_0^{(+)}$$

Hay una resonancia (divergencia) y un cambio en la fase.

$$x_0^{(+)} = \frac{eE_0^{(+)}/m}{\omega^2 - \omega_0^2}.$$

El dipolo atómico es:

$$\mathbf{d}^{(+)} = -e\mathbf{x}^{(+)}$$

Con amortiguación (la carga se acelera por lo que irradia)::

$$m\ddot{\mathbf{x}}^{(+)} + m\gamma\dot{\mathbf{x}}^{(+)} + m\omega_0^2\mathbf{x}^{(+)} = -\hat{\varepsilon}eE_0^{(+)}e^{-i\omega t}$$

$$x_0^{(+)} = \frac{eE_0^{(+)}/m}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma\omega}$$

En la resonancia hay un desfase de π / 2 y no hay divergencia.

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

Polarizabilidad (escalar):

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Suceptibilidad (escalar)

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Relación entre polarizabilidad y dipolos

$$\mathbf{d}^{(+)} = \alpha(\omega)\mathbf{E}^{(+)} \text{ and } \mathbf{P}^{(+)} = \epsilon_0\chi\mathbf{E}^{(+)}$$

Índice de refracción complejo

$$\tilde{n}(\omega) = \sqrt{1+\chi(\omega)} \approx 1 + \frac{\chi(\omega)}{2}$$

$$\tilde{n}(\omega) \approx 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0}\frac{(\omega_0^2-\omega^2)}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2} + i\frac{Ne^2}{2m\epsilon_0}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}$$

$$E(z) = E_0 \exp(ikz) = E_0 \exp(i\tilde{n}k_0 z)$$

$$= E_0 \exp(i\mathrm{Re}[\tilde{n}]k_0 z)\exp(-\mathrm{Im}[\tilde{n}]k_0 z)$$

Coeficiente de absorción e índice de refracción

$$n(\omega) := \mathrm{Re}[\tilde{n}(\omega)]$$

$$a(\omega) := 2k_0\mathrm{Im}[\tilde{n}(\omega)]$$

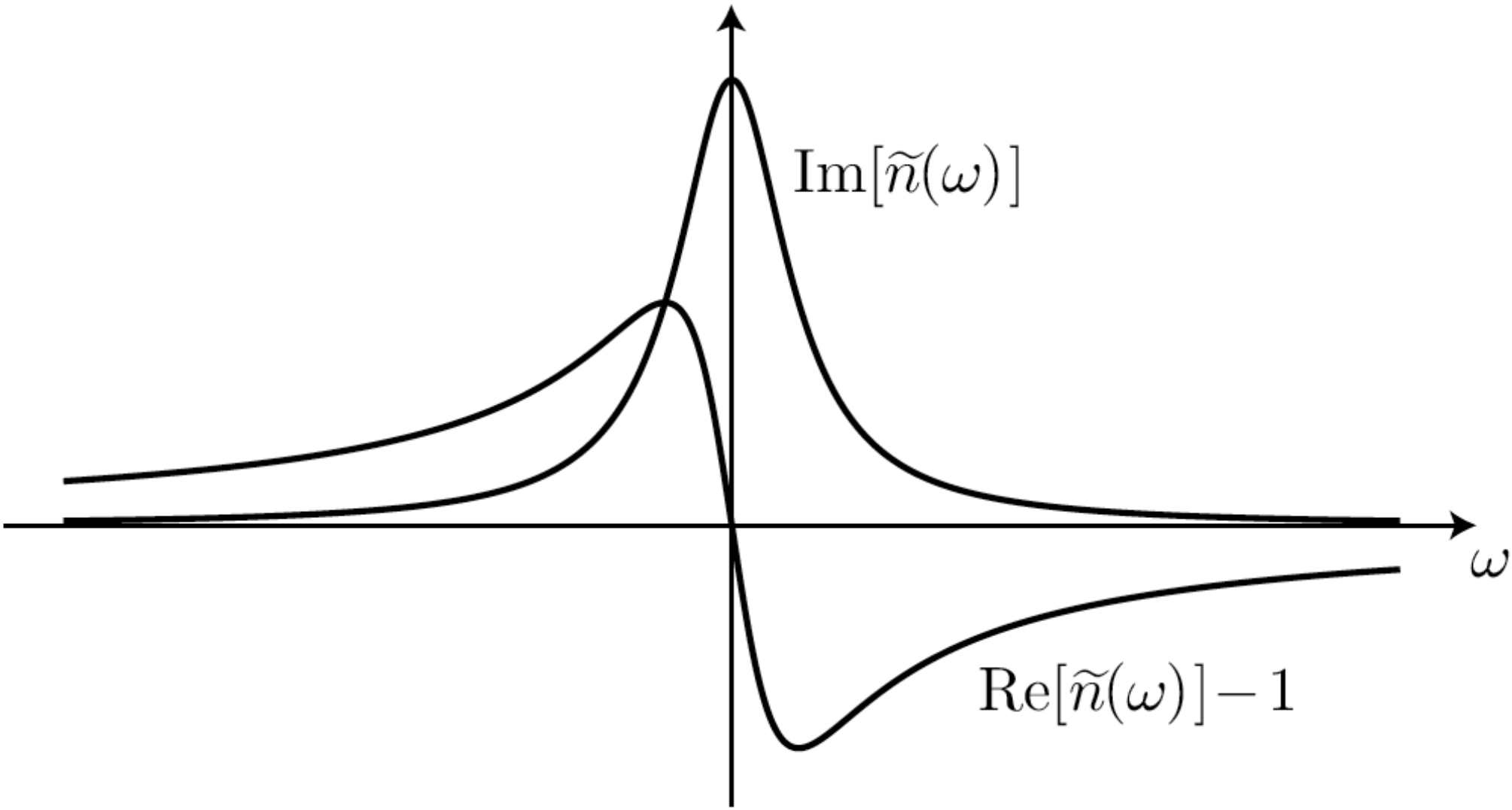
Cerca de resonancia $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$

$$n(\omega) \approx 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{(\omega_0 - \omega)/2\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}$$

$$a(\omega) \approx \frac{Ne^2}{m\epsilon_0 c\gamma} \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}.$$

Formas de línea Lorentzianas (una como derivada de la otra). Relacionado con las relaciones de Kramers Kroning.

Aproximación de la lorentziana cerca de resonancia:



Ley de Beer-Lambert para la transmisión de luz a través de un medio absorbente.

$$\frac{dI}{dz} = -aI \quad \Longrightarrow \quad I(z) = I_0 e^{-az}$$

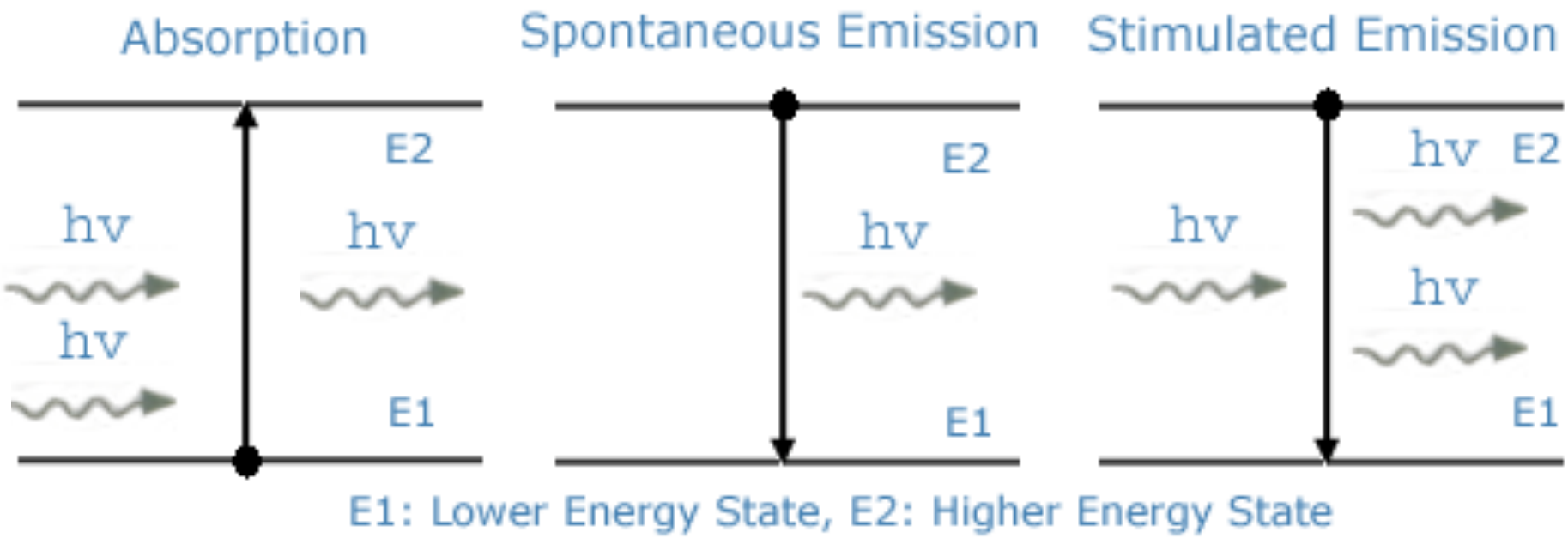
$$a(\omega_0) = \sigma(\omega_0)N = \sigma_0 N$$

$$\sigma_{\text{classical}}(\omega_0) = \frac{e^2\omega^2}{m\epsilon_0 c}\frac{\gamma}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}\bigg|_{\omega=\omega_0} = \frac{e^2}{m\epsilon_0 c\gamma}$$

Modelo de Abrahams Lorentz:

$$\gamma = \frac{e^2\omega_0^2}{6\pi m\epsilon_0 c^3}$$

1. Un átomo interactuando con luz en espacio libre.



La absorción y la emisión espontánea son reversión de tiempo una de la otra, se puede decir que esta es la parte clásica. La emisión espontánea es lo cuántico, eso es el salto.

Sección eficaz de un dipolo (el mismo resultado para un dipolo clásico que para un átomo de dos niveles):

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda_0^2}{2\pi}$$

Esta es la “sombra” causada por un dipolo en un haz de luz, absorviendo en resonancia a la longitud de onda λ_0.

Energía debido a la interacción entre el dipolo y un campo eléctrico.

$$H = \vec{d} \cdot \vec{E}$$

El elemento de matriz del dipolo entre dos estados está fijado por las propiedades de los estados (parte radial) y los coeficientes de Clebsch-Gordan de la parte angular de la integral. Es unas pocas veces ea_0 (radio de Bohr por la carga del electrone) entre el estado S de base y el primer estado excitado P en los átomos alcalinos (Li, Rb).

$$\vec{d} = e\left\langle 5S_{1/2} \middle| \vec{r} \middle| 5P_{3/2} \right\rangle$$

Ley de Beer-Lambert para la atenuación de la intensidad

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I$$ si α es resonante e independente

de I, α_0 (no se satura)

$$I = I_0 \exp(-\alpha_0 l)$$

donde $\alpha_0 = \sigma_0 \rho$

y $\rho = N / V$ es densidad de dipolos en una longitud l

Tasa de decaimiento (Regla de oro de Fermi)

$$\gamma_{rad} \approx \frac{2\pi}{\hbar} \rho(k) \langle H_{int} \rangle^2$$

Densidad del espacio de fase Interacción

Tasa de decaimiento (Regla de oro de Fermi)

$$\gamma_0 = \frac{\omega_0^3 d^2}{\pi \varepsilon_0 \hbar c^3}$$

Donde *d* es el momento dipolar

Intensidad de saturación:
Un fotón cada dos vidas medias ($\tau_0=1/\gamma_0$) sobre la sección eficaz (resonante) del átomo.

$$I_s = \frac{\hbar\omega_0}{2\tau_0\sigma_0} = \frac{\pi}{3}\frac{\gamma_0\hbar\omega_0}{\lambda_0^2}$$

Si $I = I_s$ la tasa de emisión estimulada es igual a la tasa de emisión espontánea (Frecuencia de Rabi Ω) y la población en el estado excitado es 1/4.

$$\Omega = \frac{\vec{d} \bullet \vec{E}}{\hbar} = \gamma \sqrt{I / I_s}$$

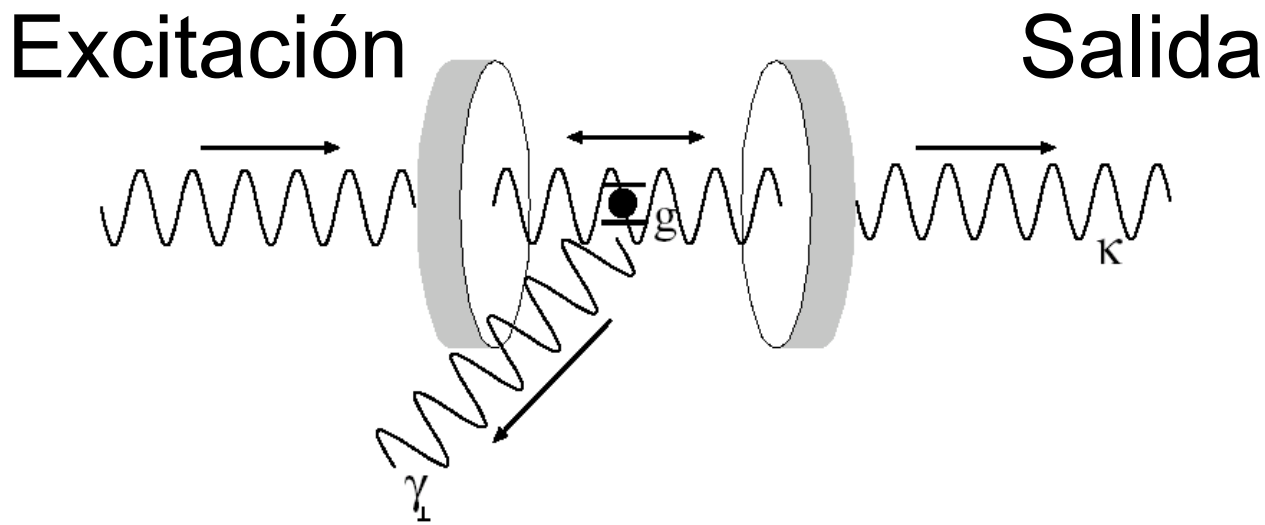
$$\text{Población excitada} = \frac{1}{2} \frac{I / I_s}{1 + I / I_s}$$

2. Átomos en cavidades electromagnéticas (tratamiento semiclásico)

Bibliografía:

1. Hyatt M. Gibbs, *Optical Bistability: Controlling Light with Light* (Academic Press, Orlando, 1985).
2. L. A. Lugiato, *Optical Bistability*, in Progress in Optics, edited by E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1984), Vol. XXI, pp. 69-216.
3. *Cavity Quantum Electrodynamics*, edited by Paul R. Berman, Advances in Atomic Molecular and Optical Physics Supplement 2, Academic Press, Boston 1994.
4. S. Haroche and J. M. Raimond, *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons* (Oxford Univ. Press, 2006).
5. J. Gripp, S. L. Mielke, L. A. Orozco, and H. J. Carmichael, "Anharmonicity of the Vacuum Rabi Peaks in a Many-Atom System," Phys. Rev. A **54**, R3746 (1996).
6. S. L. Mielke, G. T. Foster, J. Gripp, and L. A. Orozco, "Time Response of a coupled atoms-cavity system," Opt. Lett. **22**, 325 (1997).
7. Gripp, S. L. Mielke, L. A. Orozco, "Evolution of the Vacuum Rabi Peaks in a detuned Atoms-Cavity System," Phys. Rev. A **56**, 3262 (1997).

Acoplamiento de átomos y cavidades:



N átomos de dos niveles acoplados a un solo modo del campo electromagnético (g). Excitando la cavidad con discipación tanto en átomos (γ) como en la cavidad (κ).

Micro-ondas → Micromaser → Cavity QED

Luz visible → Biestabilidad óptica → Cavity QED

Elemento absorbtivo

Un absorbedor saturable tiene un coeficiente de absorción que es una función no lineal de la intensidad I:

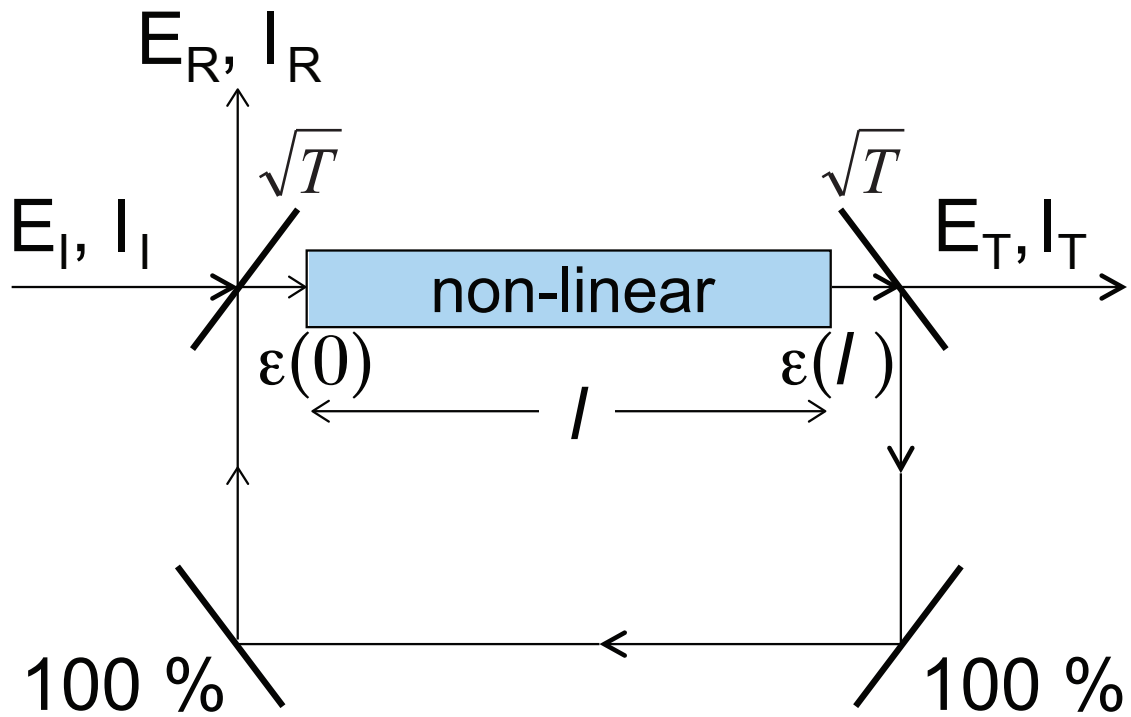
$$\alpha = \frac{\alpha_o}{1 + I / I_s}$$

Si la cavidad está en resonancia (el pico de la transmisión) a baja intensidad, la absorpción es alta y la salida de luz es baja. La luz se pierde en fluorescencia. Si la intesnsidad es alta $I >> I_s$, el medio no puede absorber toda la luz y la salida de la cavidad aumenta.

El campo dentro de la cavidad (anillo) proviene de la suma de la excitación mas lo que esté ya dentro.

$$\varepsilon_{n+1}(0) = \sqrt{T}E_I + \mathrm{R}e^{-\alpha l} \quad e^{iKL}\varepsilon_n(0)$$

Donde ε_{n+1} es el campo eléctrico después de la *n+1* vuelta dentro de la cavidad, *L (l)* el la longitud de la vuelta (medio), α es el coeficiente absorpción y *R=1-T* la reflectividad del espejo (intensidad)



- El estado estable del campo eléctrico dentro de la cavidad debe ser constante tal que $\varepsilon_{n+1}(0) = \varepsilon_n(0) = \varepsilon_0$

$$\therefore \quad \varepsilon_0 = \sqrt{T}E_1 + \mathrm{Re}^{-\alpha l} e^{iKL}\varepsilon_0$$

rearreglando da: $\varepsilon_0 = \dfrac{\sqrt{T}E_I}{(1-\mathrm{Re}^{-\alpha l+iKL})}$

- El campo de salida (transmitido) es la transmitancia multiplicada por el campo eléctrico en el punto l.

$$E_T = \sqrt{T}\varepsilon(l) = \sqrt{T}\varepsilon_o e^{(-\alpha+iK)l}$$

- la amplitude de transmisión es:

$$\frac{E_T}{\mathrm{E_I}} = \frac{Te^{iK(l-L)}}{e^{\alpha l-iKL} - R}$$

Biestabilidad Óptica

Coeficiente de absorción en resonancia si es saturable en función de *I*:

$$\alpha = \frac{\alpha_o}{1 + I / I_s}$$

si $\alpha l << 1$, La transmisión en resonancia es:

$$\frac{E_T}{E_I} = \frac{1}{1 + \alpha l / T}$$

$$E_I = E_T\left[1+\frac{\alpha_o l / T}{1+I_T / I_s T}\right] \quad \text{con } I = \frac{I_T}{T}$$

La razón de las pérdidas en una vuelta para N átomos con densidad ρ es la cooperatividad. Pérdidas atómicas (αl), en la cavidad (T) cuando l=L

$$C = \frac{\alpha_o l}{T} = \frac{\sigma_0 \rho l}{T} = \frac{\sigma_0 N l}{Area_{\text{mode}} l}\frac{1}{T} = \frac{\sigma_0 N}{Area_{\text{mode}}}\frac{1}{T}$$

Campo: $$y = x\left[1+\frac{2C}{1+x^2}\right] \quad \text{con } y = \frac{E_I}{\sqrt{I_s}}; \text{ y } x = \frac{E_T}{\sqrt{TI_s}}$$

Intensidad: $$Y = X\left[1+\frac{2C}{1+X}\right]^2 \quad \text{con Y} = \frac{E_I^2}{I_s}; \text{ y X} = \frac{E_T^2}{TI_s}$$

A baja intensidad, la entrada y la salida están relacionados linealmente.

$y = x\,(1+2C)$; $x/y=1/(1+2C)$ va como $1/N$

$Y=y^2$; $X=x^2$ Las intensidades de entrada (Y) y salida(X)

$Y=X(1+2C)^2$; $X/Y=1/(1+2C)^2$ va como $1/N^2$

Para $X>>1$; $I>>I_s$,

$y = x$; $Y=X+4C$

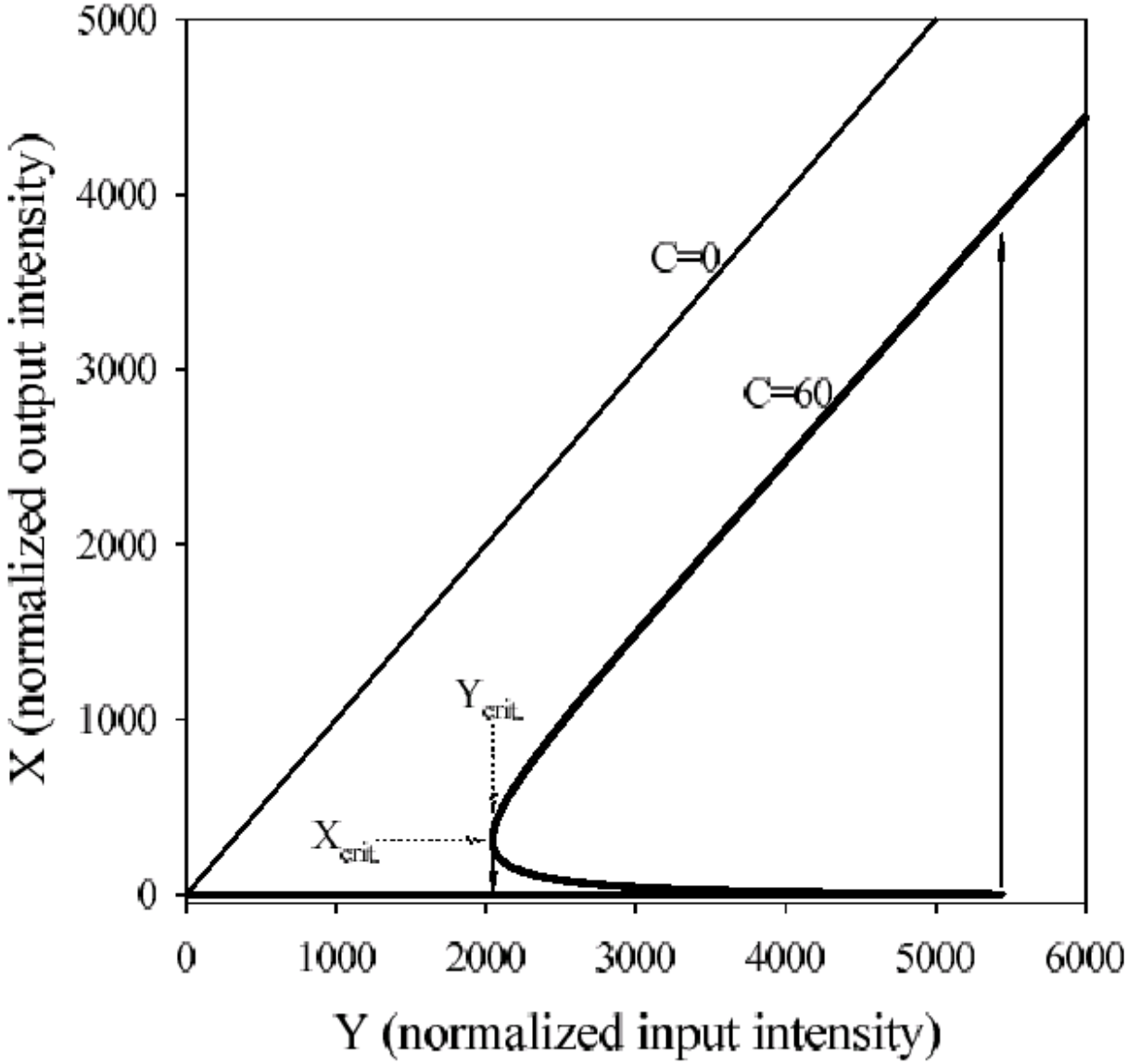
Casi como una cavidad vacía

A intensidad intermedia, cuando la saturación aparece.

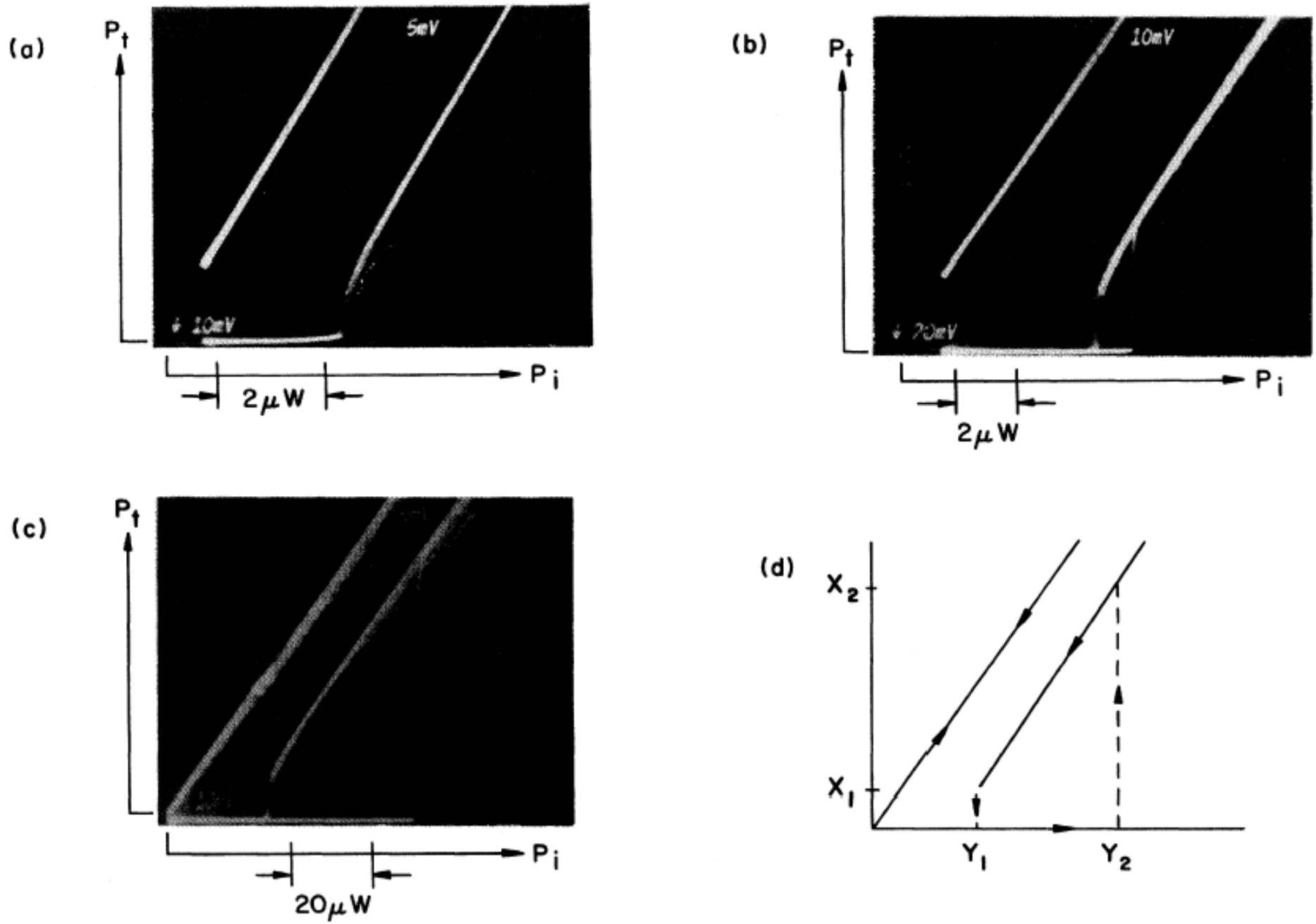
Sucede en este modelo simple para el caso cuand C>4. C es equivalente al negativo del parametro de bombeo del laser.

También puede ser interpretado como la razón entre el acoplamiento coherente ($gN^{1/2}$) y los incoherente (κ,γ).

Respuesta entrada-salida para diferentes cooperatividades. C=0 sin átomos, C=60 con atomos. La intensidad de la excitación puede saturar los átomos y se recupera la relación lineal con pendiente uno entre Y y X.



Aumentando el número de átomos en la cavidad:



Estado estable con desencaje atómico y de la cavidad:

$$y = x\left(1 + \frac{2C}{1+\Delta^2+|x|^2}\right) + ix\left(\theta - \frac{2C\Delta}{1+\Delta^2+|x|^2}\right)$$

$$\Theta = \frac{\omega_c - \omega_l}{\kappa}; \quad \Delta = \frac{\omega_a - \omega_l}{\gamma/2}$$

Límite dispersivo (Kerr) cuando Θ=0 y Δ >> 1 :

$$y = -ix\frac{2C\Delta}{1+\Delta^2+|x|^2}$$

Estado estable con desencaje atómico y de la cavidad:

$$y = x\left(1 + \frac{2C}{1+\Delta^2+|x|^2}\right) + ix\left(\theta - \frac{2C\Delta}{1+\Delta^2+|x|^2}\right)$$

El espectro de tranmisción :

cuando $\omega_c = \omega_a \quad \Omega = (\gamma/2)\Delta = \kappa\Theta \quad \Omega_{V.R.} = g\sqrt{N} = \sqrt{C\kappa\gamma}$

$$x = y\frac{\kappa(\gamma_\perp + i\Omega)}{(\kappa + i\Omega)(\gamma_\perp + i\Omega) + \Omega^2_{V.R.}/(1+\gamma_\perp^2|x|^2/(\gamma_\perp^2+\Omega^2))}$$

Dos osciladores acoplados

$$\frac{x}{y} = \frac{A}{i\Omega - \Omega_1} + \frac{B}{i\Omega - \Omega_2} \ ,$$

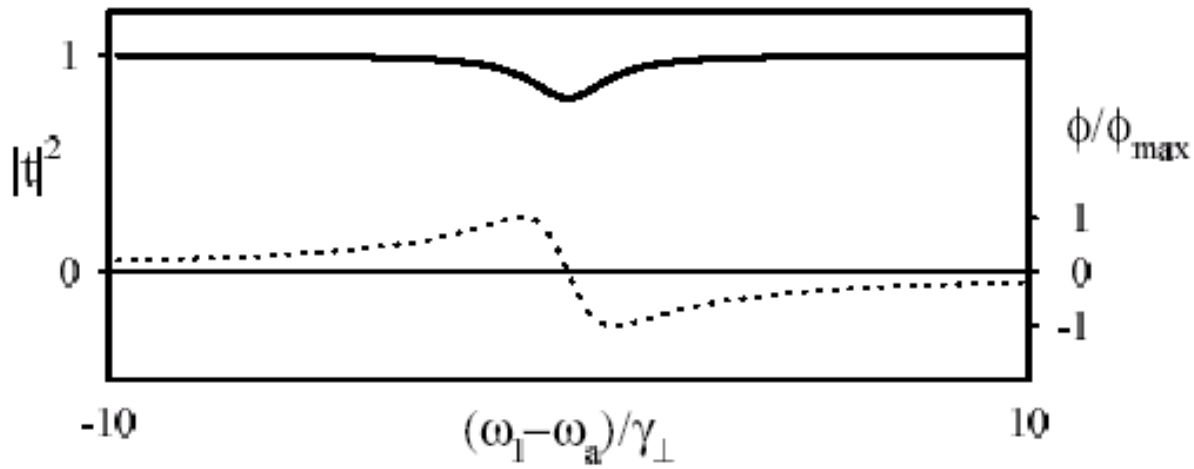
$$A = \kappa \frac{\gamma_\perp + \Omega_1}{\Omega_1 - \Omega_2} \ ,$$

$$B = \kappa \frac{\gamma_\perp + \Omega_2}{\Omega_2 - \Omega_1} \ ,$$

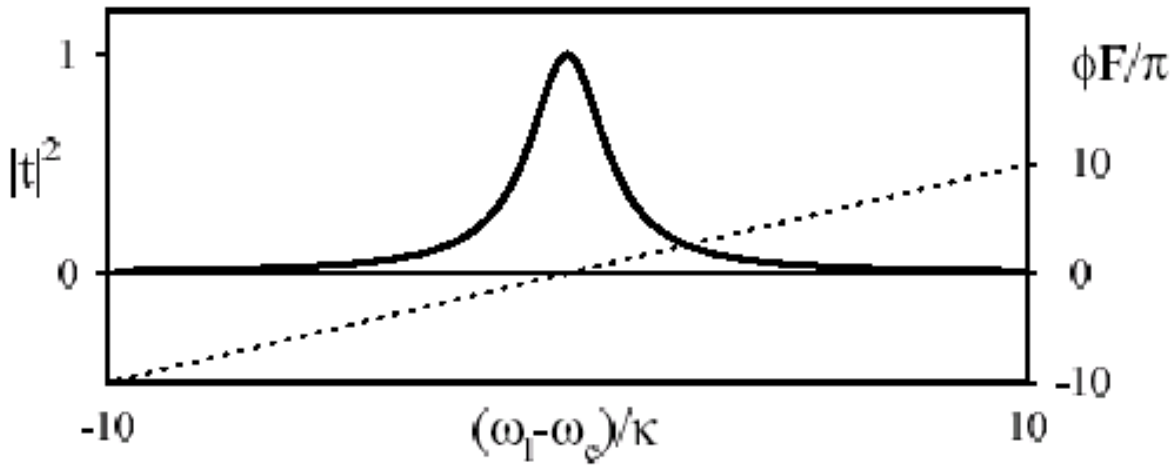
$$\Omega_{1,2} = -\frac{\kappa + \gamma_\perp}{2} \pm i \sqrt{-\left(\frac{\kappa - \gamma_\perp}{2}\right)^2 + \frac{\Omega_{V.R.}^2}{1 + \gamma_\perp^2 |x|^2 / (\gamma_\perp^2 + \Omega^2)}} \ .$$

Uno es más cavidad y el otro atómico

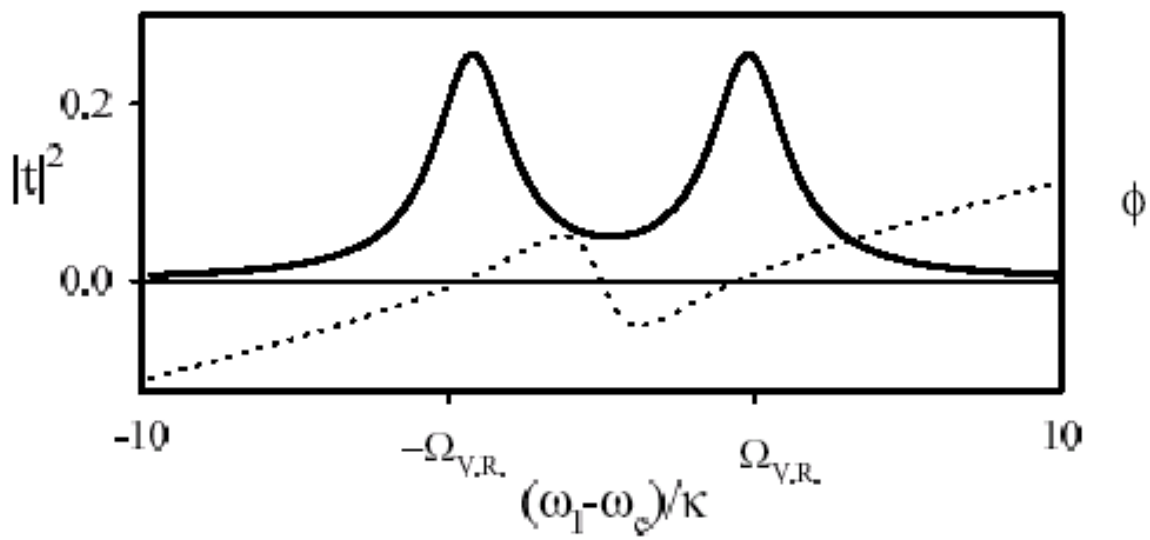
Absorpción de átomos



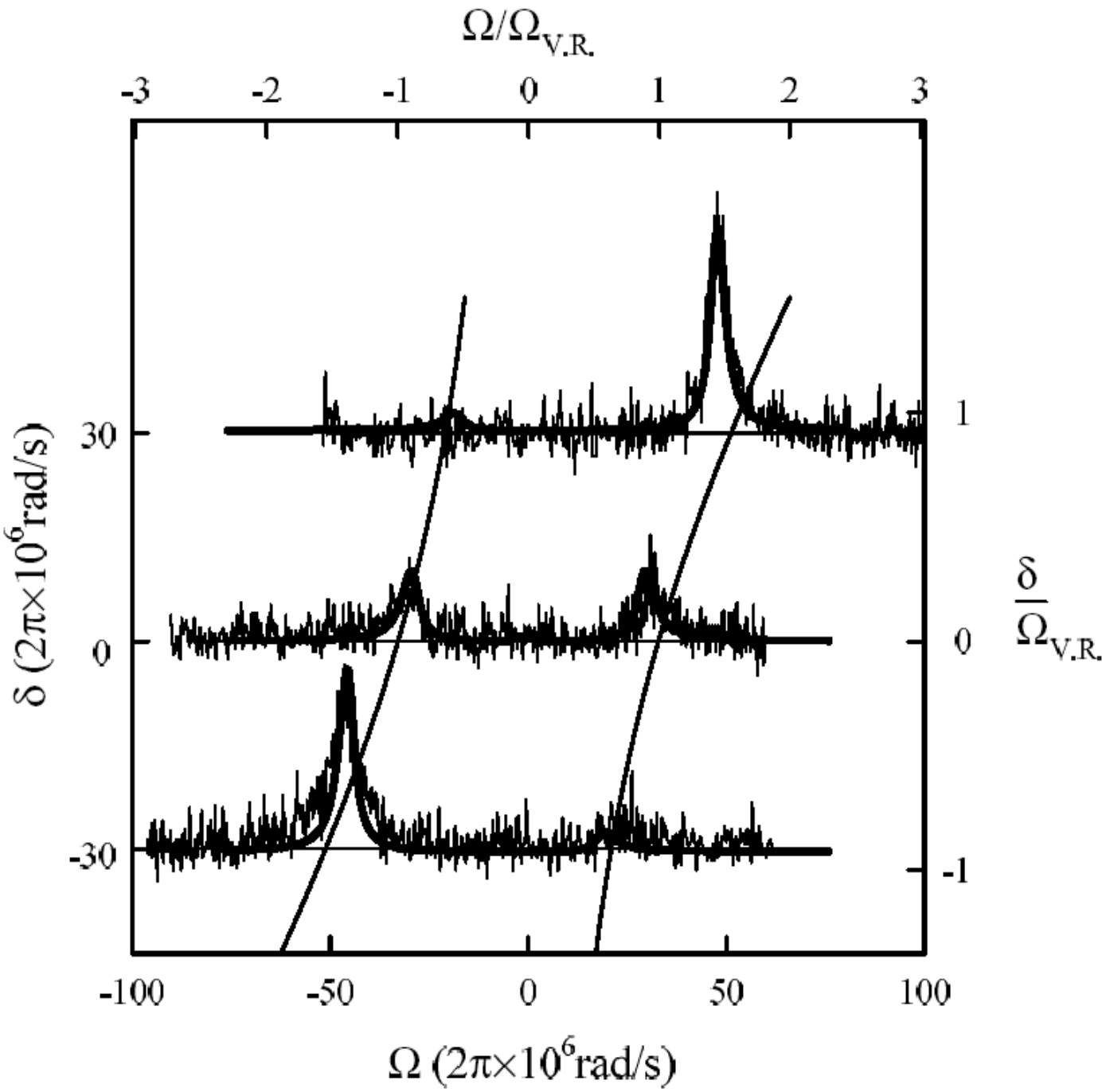
Fabry Perot



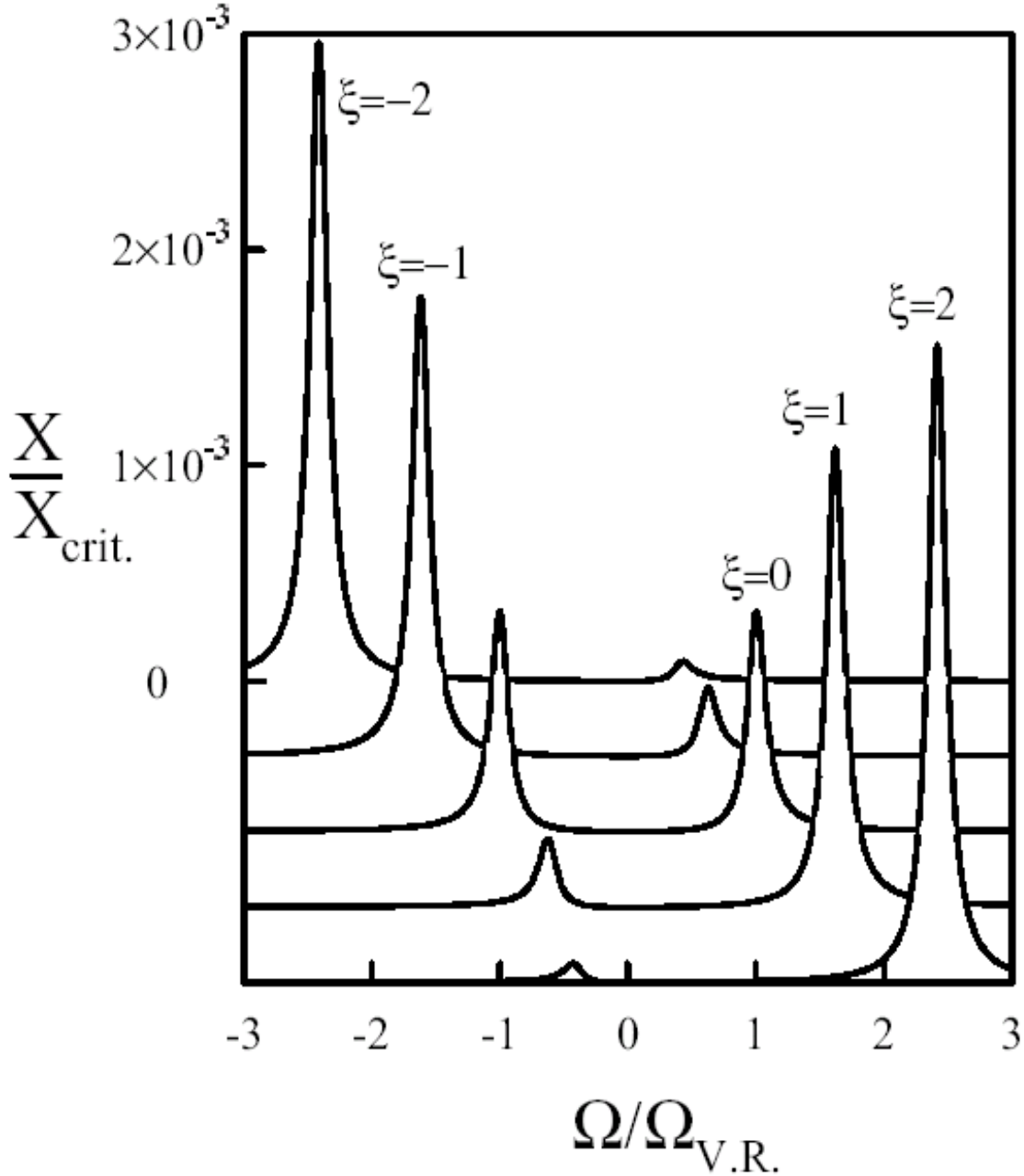
Modos acoplados



Espectro de transmición a baja intensidad para diversos desencajes atómicos.



Cálculo del espectro de transmisión para diferentes desanclajes atómicos.



Las ecuaciones de Maxwell Bloch

Radiation field:

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{a}\rangle = -\kappa(1+i\theta)\langle\hat{a}\rangle + \sum_{j=1}^{N} g_j\langle\hat{\sigma}_j^-\rangle + \mathcal{E},$$

Atomic polarization:

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{\sigma}_j^-\rangle = -\gamma_\perp(1+i\Delta)\langle\hat{\sigma}_j^-\rangle + g_j\langle\hat{a}\rangle\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle,$$

Atomic inversion:

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle = -\gamma_\parallel\left(\langle\hat{\sigma}_j^z\rangle + 1\right) - 2g_j\left(\langle\hat{a}\rangle\langle\hat{\sigma}_j^+\rangle + \langle\hat{a}^\dagger\rangle\langle\hat{\sigma}_j^-\rangle\right).$$

The cavity and atomic detunings θ and Δ are defined as

$$\theta = \frac{\omega_c - \omega_l}{\kappa} \quad \text{and} \quad \Delta = \frac{\omega_a - \omega_l}{\gamma_\perp}\ .$$

$$\dot{x} = \kappa\left(+2Cp + y - (i\Theta + 1)x\right)$$
$$\dot{p} = \gamma\left(-(1 + i\Delta)p + xD\right)/2$$
$$\dot{D} = \gamma\left(2(1 - D) - (x^{*}p + xp^{*})\right)$$

$$\Theta = \frac{\omega_c - \omega_l}{\kappa}; \quad \Delta = \frac{\omega_a - \omega_l}{\gamma/2}$$

γ is the rate of spontaneous emission (energy decay)

κ is the rate of escape of the field

$\omega_{a,c,l}$ refer to atom, cavity, laser

Low intensity $x \ll 1$: with $D=0$, resonant $\Delta=0$ and $\Theta=0$ weakly driven.

Two coupled oscillators

$$\dot{x} = \kappa(-x + 2Cp + y)$$

$$\dot{p} = \gamma(-p - x)$$

Steady state

$$y = x - 2Cp$$

$$p = -x$$

$$y = x(1 + 2C)$$

$$\kappa >> \gamma \qquad \dot{p} = -\gamma(1 + 2C)p - \gamma y$$

$$\gamma >> \kappa \qquad \dot{x} = -\kappa(1 + 2C)x + \kappa y$$

Enhanced emission

Steady state with detuning and at all intensities:

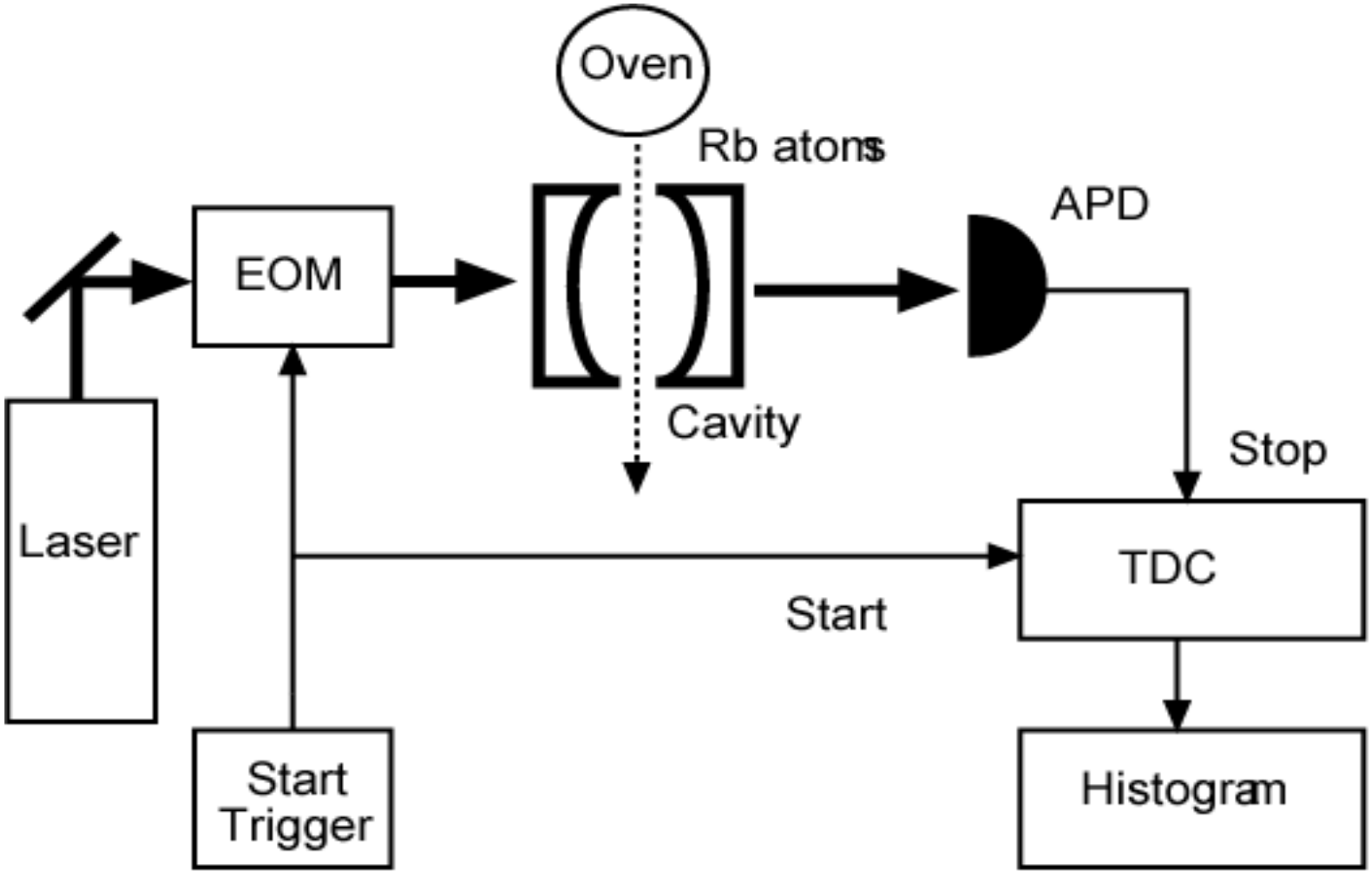
$$y = x\left(1 + \frac{2C}{1+\Delta^2+|x|^2}\right) + ix\left(\theta - \frac{2C\Delta}{1+\Delta^2+|x|^2}\right)$$

Dispersive limit when Θ=0 and Δ >> 1 :

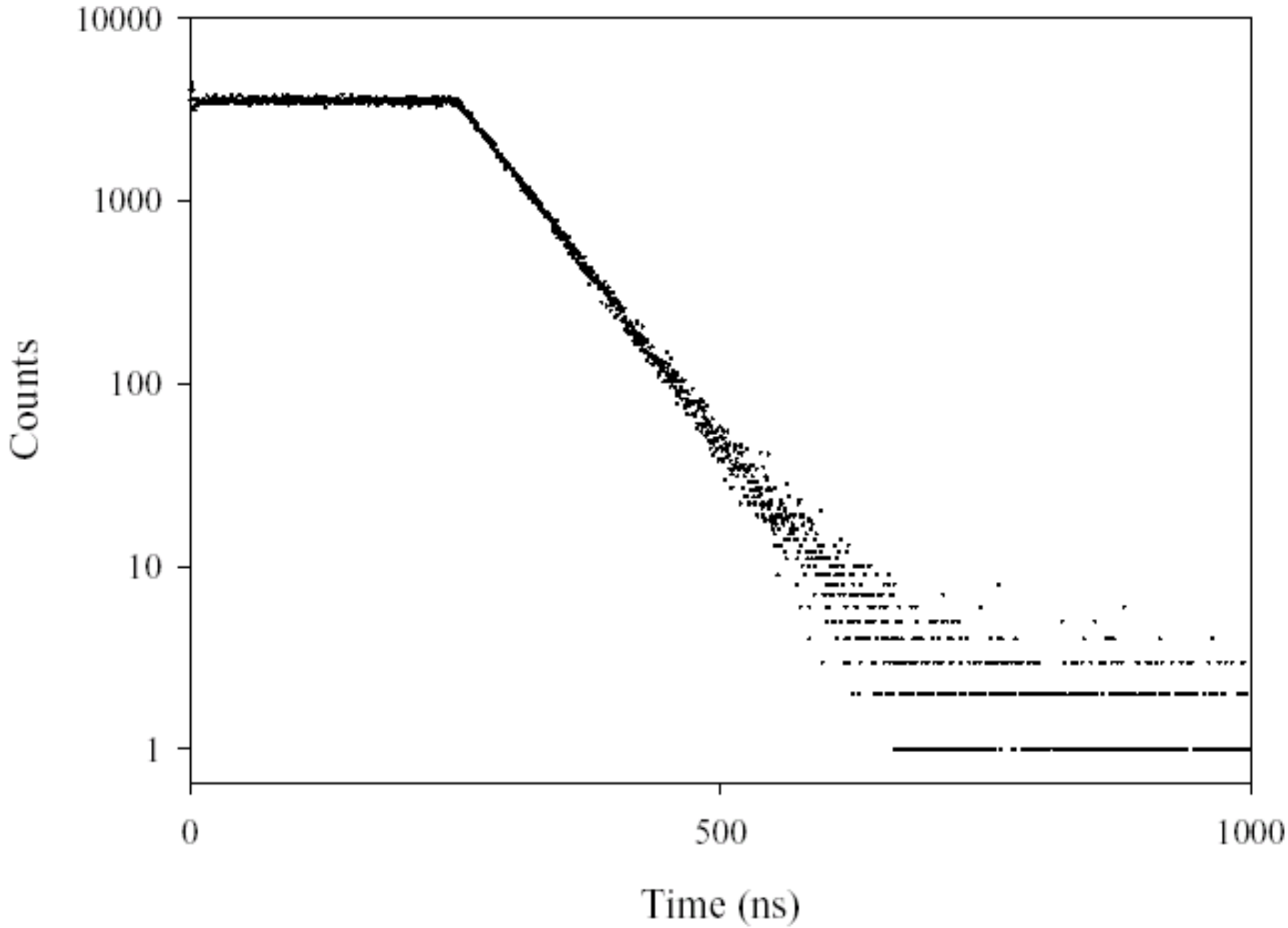
$$y = -ix\frac{2C\Delta}{1+\Delta^2+|x|^2}$$

Respuesta a excitación escalón

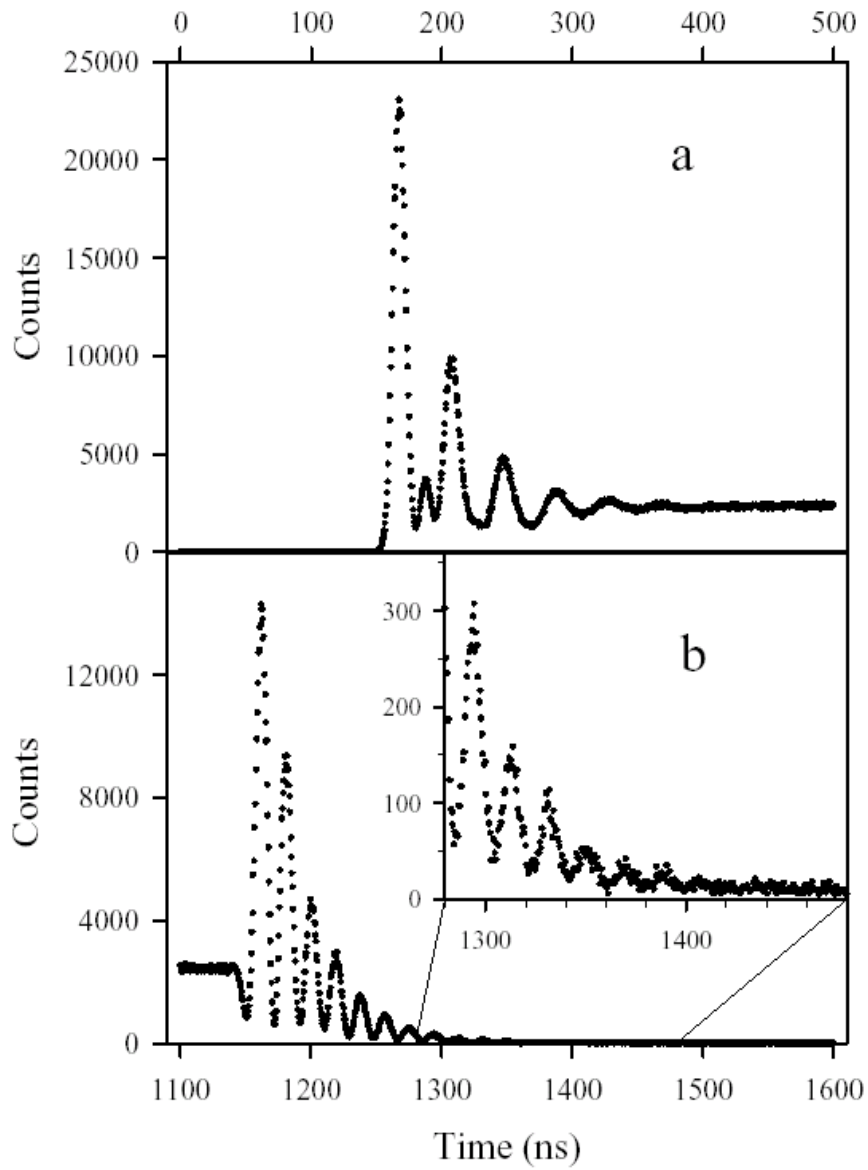
Estudio de la dinámica del sistema (respuesta a excitación con función escalón).

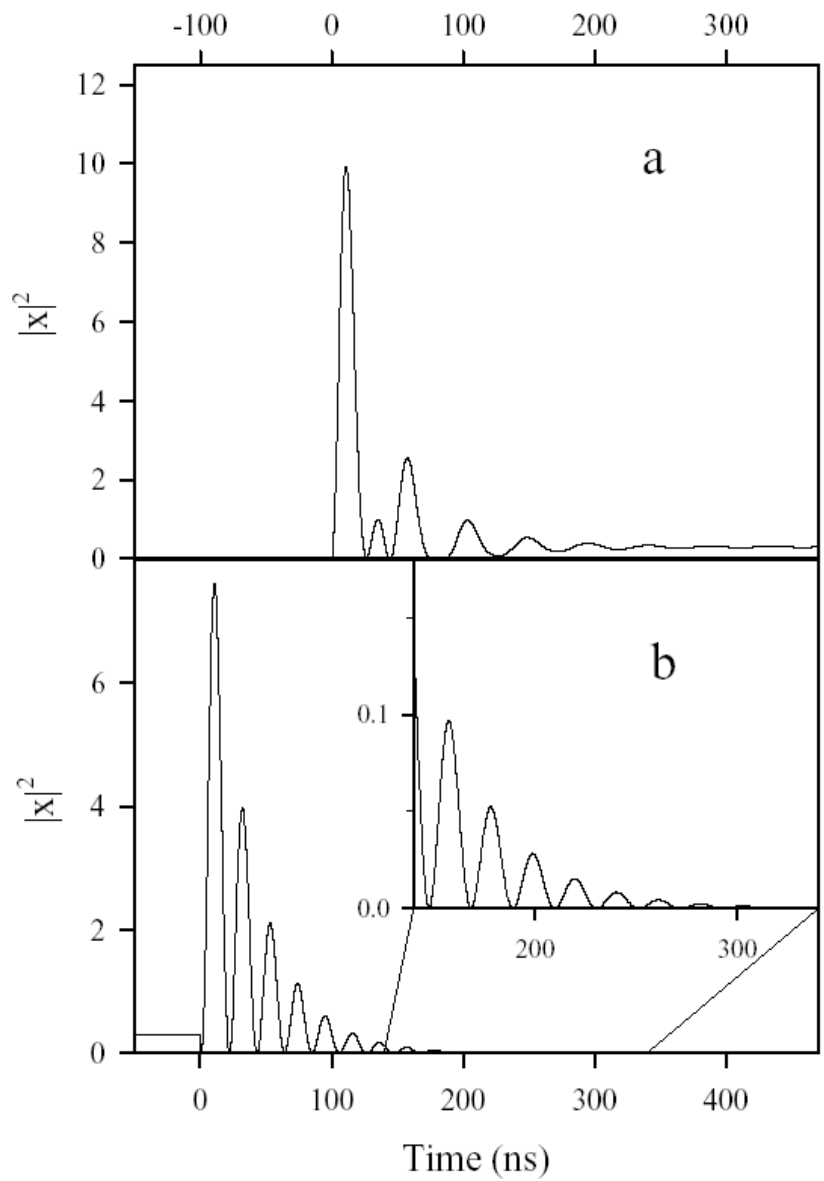


Decaimiento de la cavidad vacía

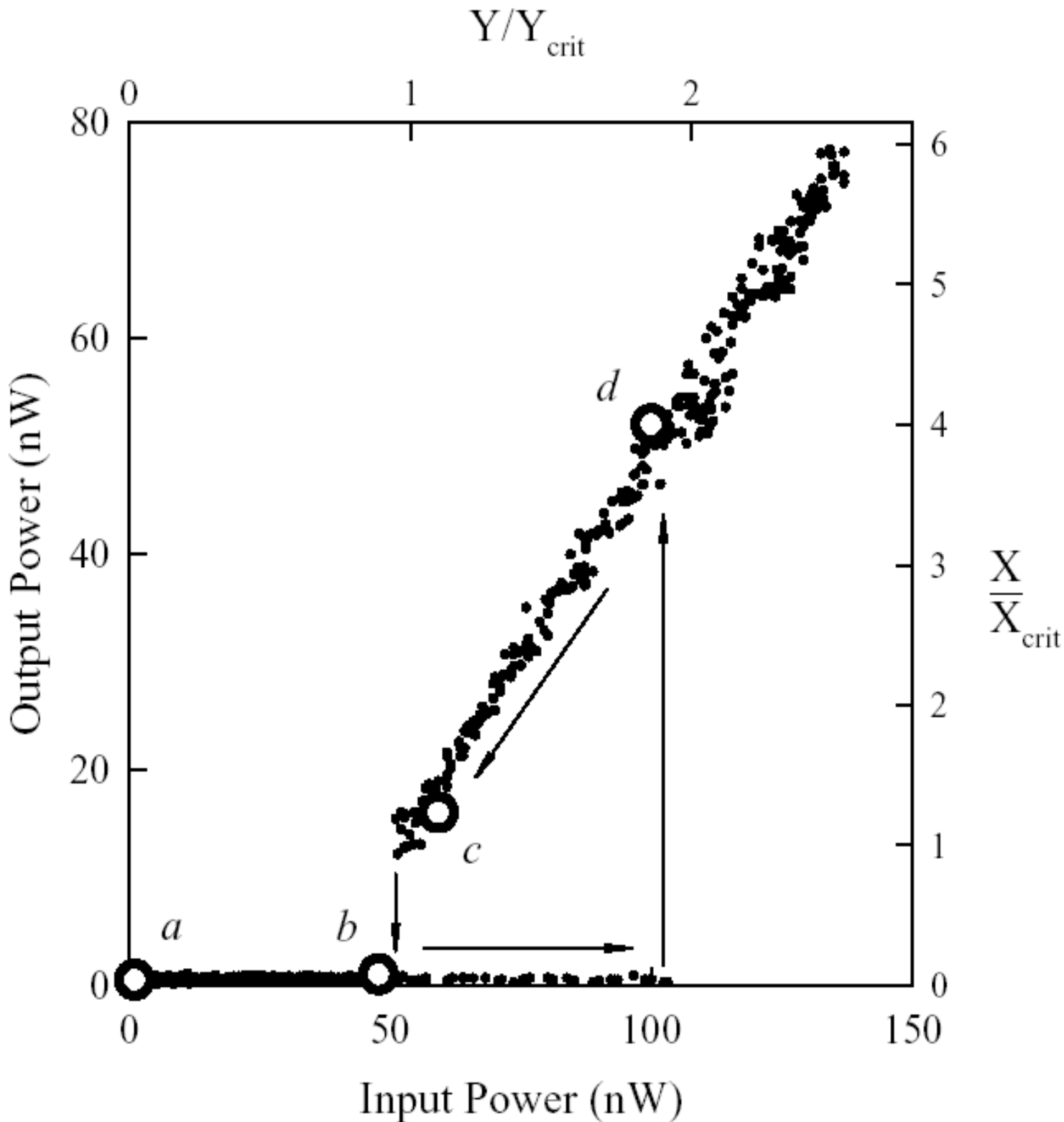


Respuesta de la cavidad con átomos (función escalón)

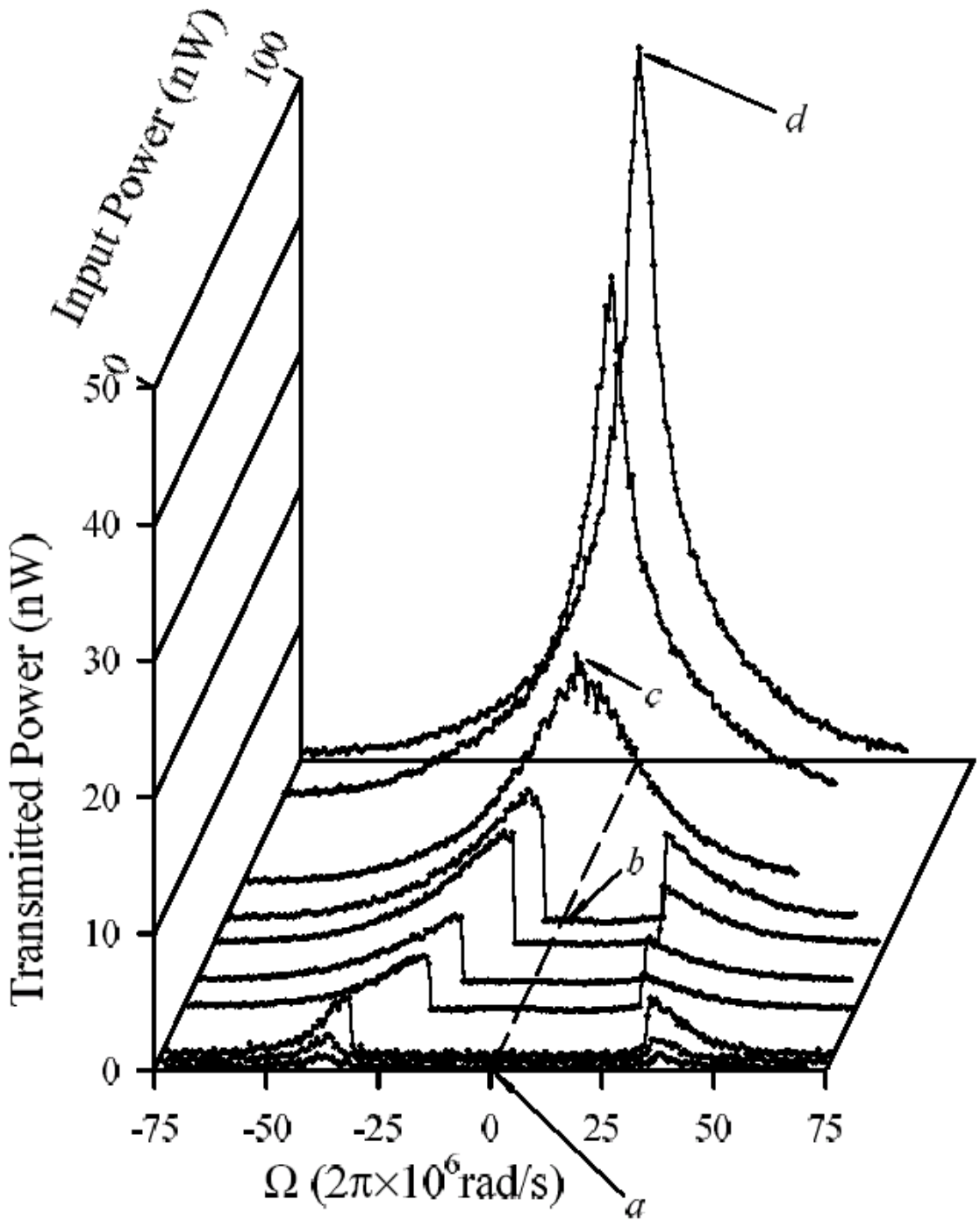




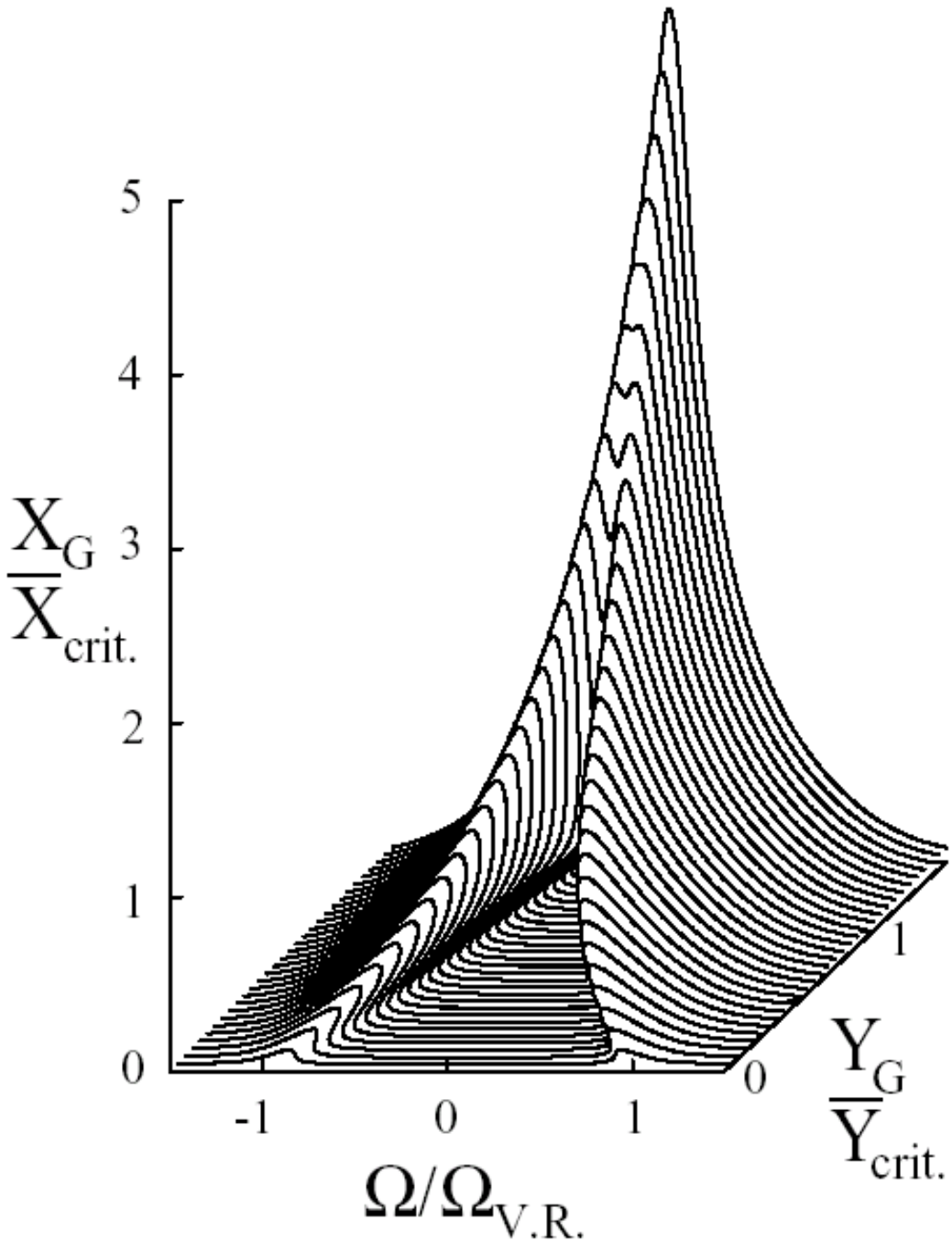
Espectro de transmisión con intensidad arbitraria.

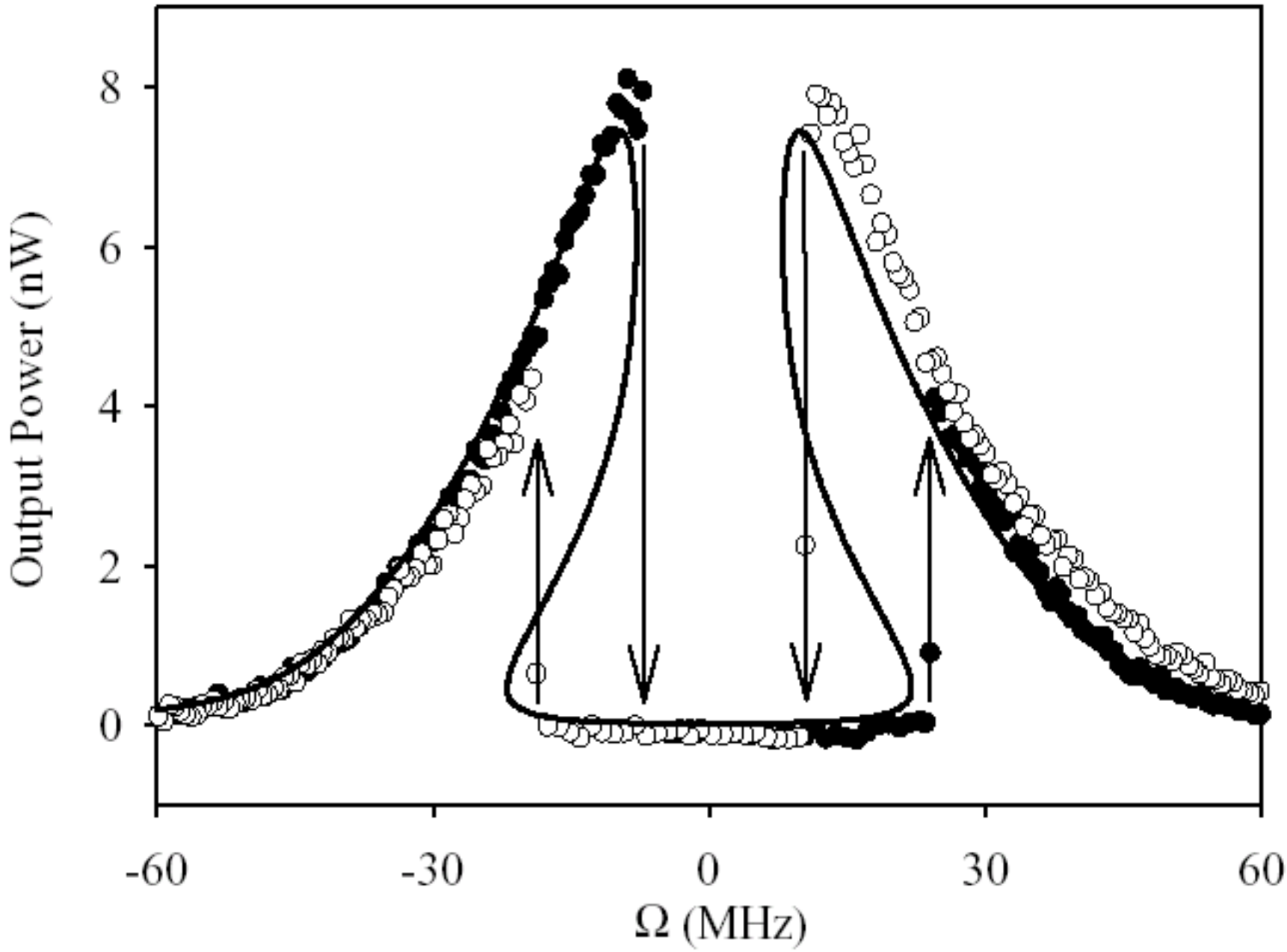

Y/Y_crit
0
1
2
80
60
40
20
0
Output Power (nW)
6
5
4
3
2
1
0
X/X_crit
a
b
c
d
0
50
100
150
Input Power (nW)

Espectro de transmición para diferentes intensidades.



Teoría

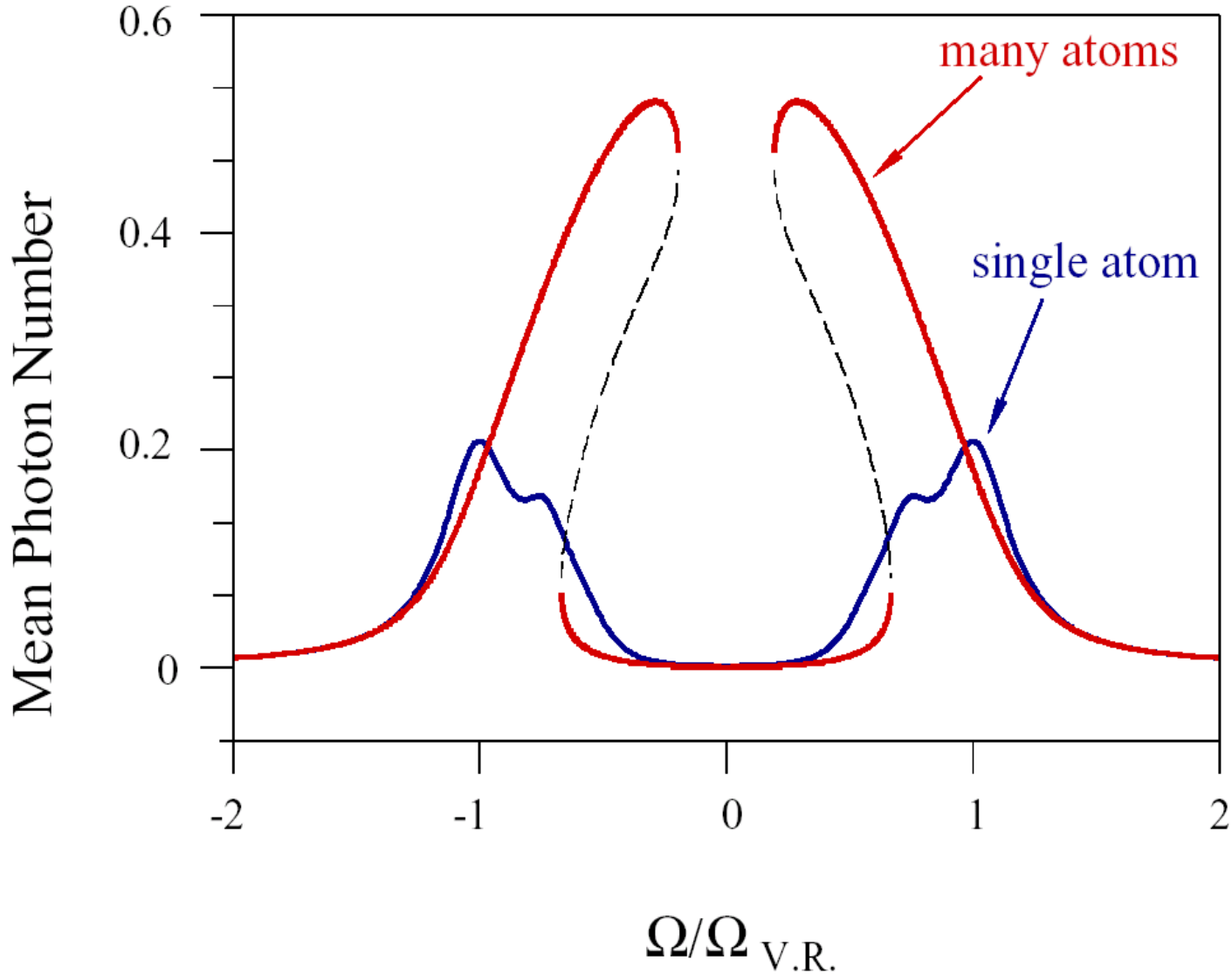




Histéresis (oscilador no lineal) en frecuenciaen el sistema átomos-cavidad.

Solución con las ecuaciones de Maxwell Bloch con N átomos.

Un solo átomo con el Hamiltoniano copleto.The El sistéma no muestra histéresis.



3. Cavity QED

Cavity QED en el régimen óptico

Electrodinámica cuántica para peatones. No se neceista renormalizar. Hay un solo modo del campo electromagnético.

ATOMOS + CAVIDAD

Régimen perturbativo: acoplamiento < disipación. El decaimiento puede incrementarse o suprimirse (cavidad menor a λ), cambios en los niveles de energía.
Régimen no-perturbativo: acoplamiento > disipación. Desdoblamiento de los niveles por el acoplamiento g (Vacuum Rabi).

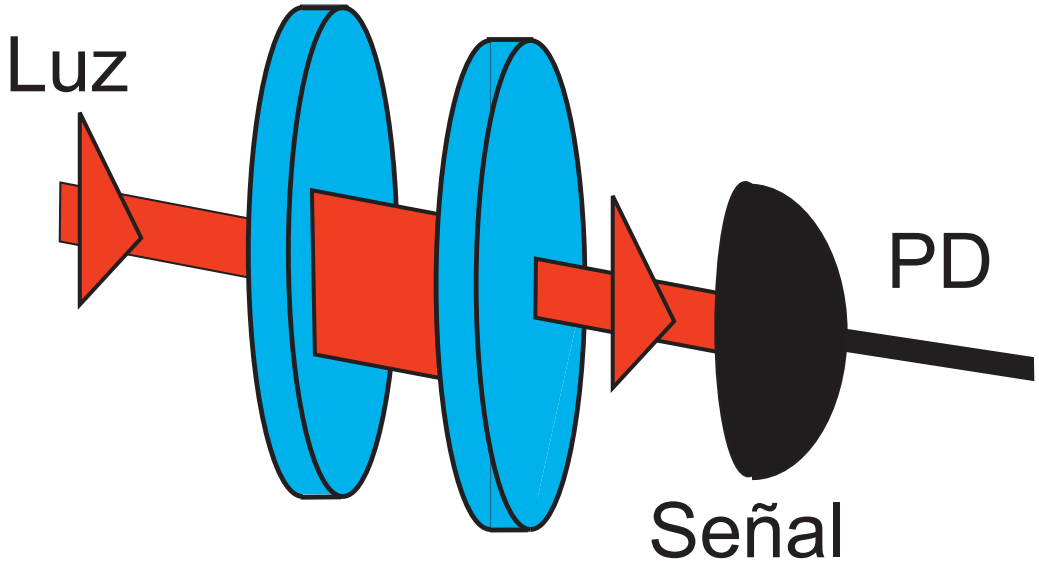
El acoplamiento dipolar entre el átomo y la cavidad:

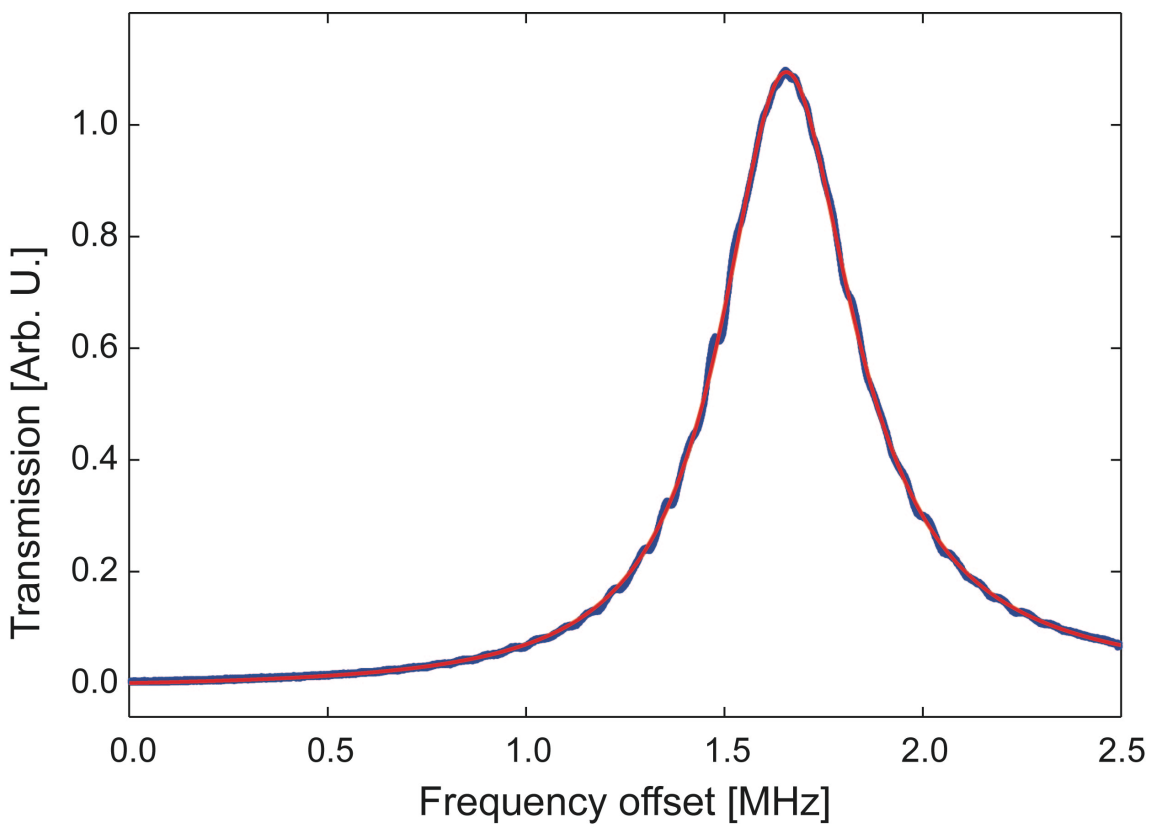
$$g = \frac{d \cdot E_v}{\hbar}$$

El campo de un fotón en una cavidad con volumen V_{eff} es:

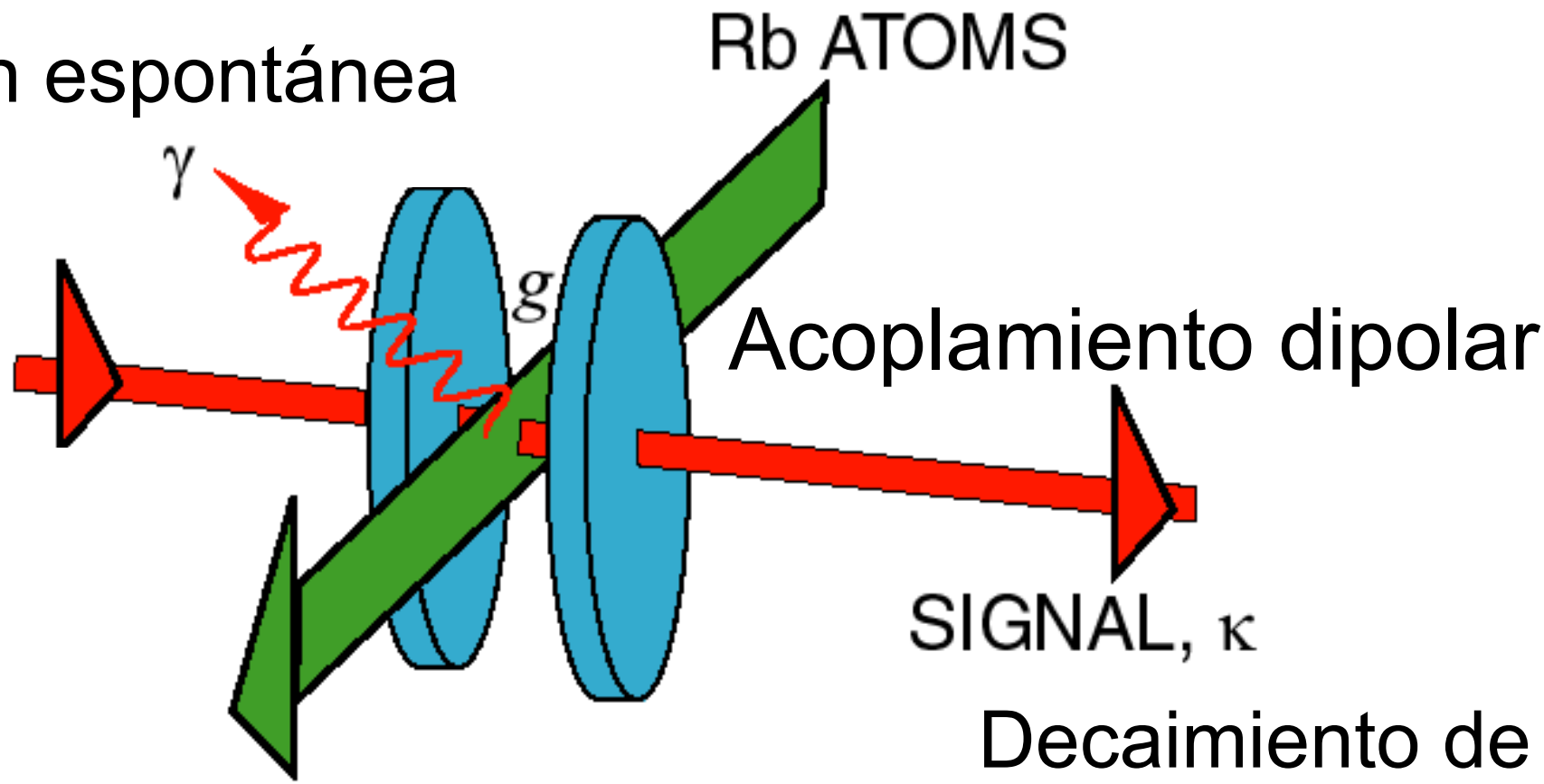
$$E_v = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V_{eff}}}$$

Cavidad Vacía (Fabry Perot)





Emisión espontánea



Decaimiento de la cavidad

Coperatividad: razón entre lo que escapa por el modo y todo lo demás.

Coperatividad para un átomo: C_1

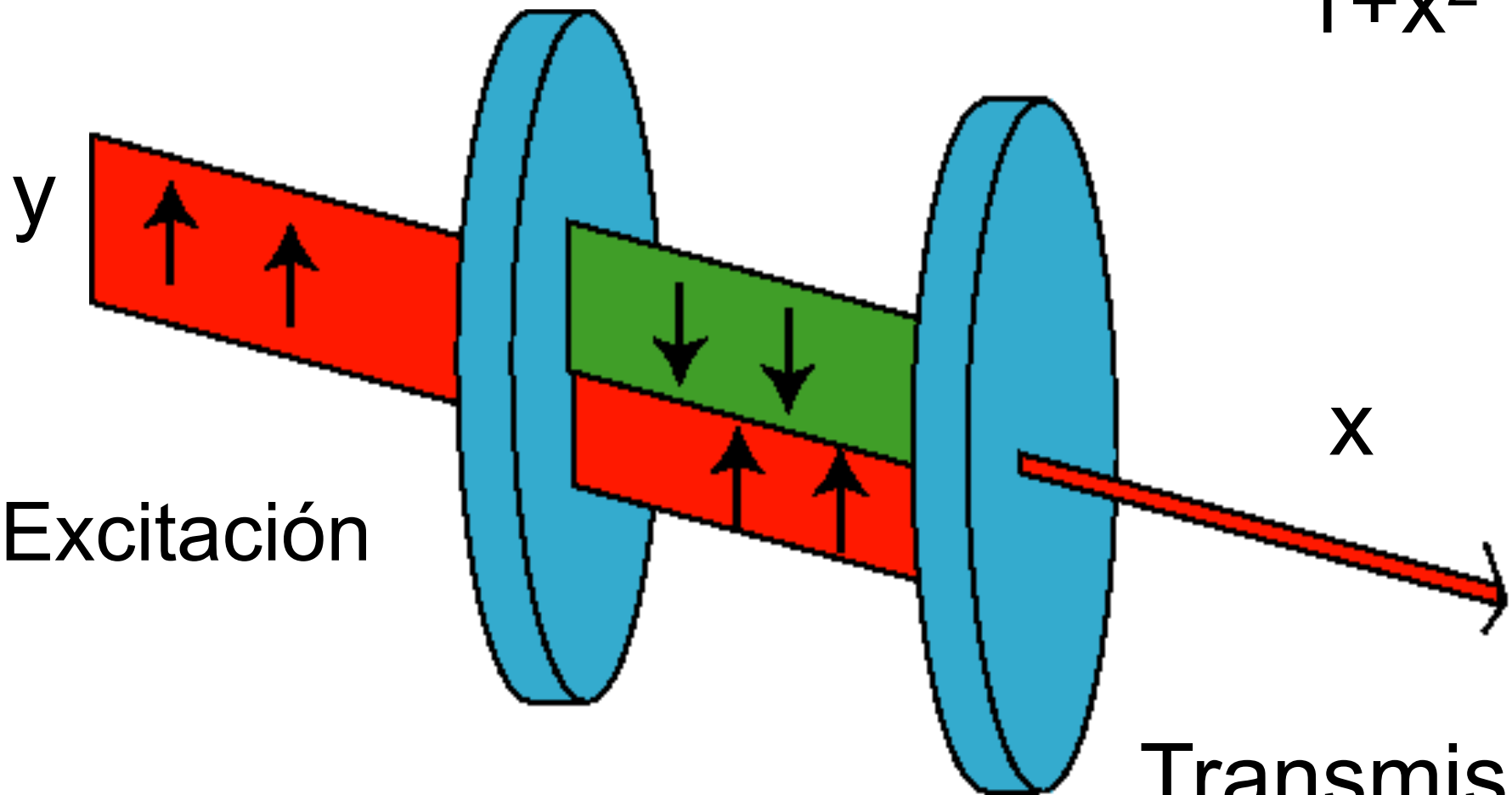
Cooperatividad para N átomos: C

$$C_1 = \frac{g^2}{\kappa\gamma} \qquad C = C_1 N$$

$$g \approx \kappa \approx \gamma$$

Estado estable

Polarización atómica : $\frac{-2Cx}{1+x^2}$

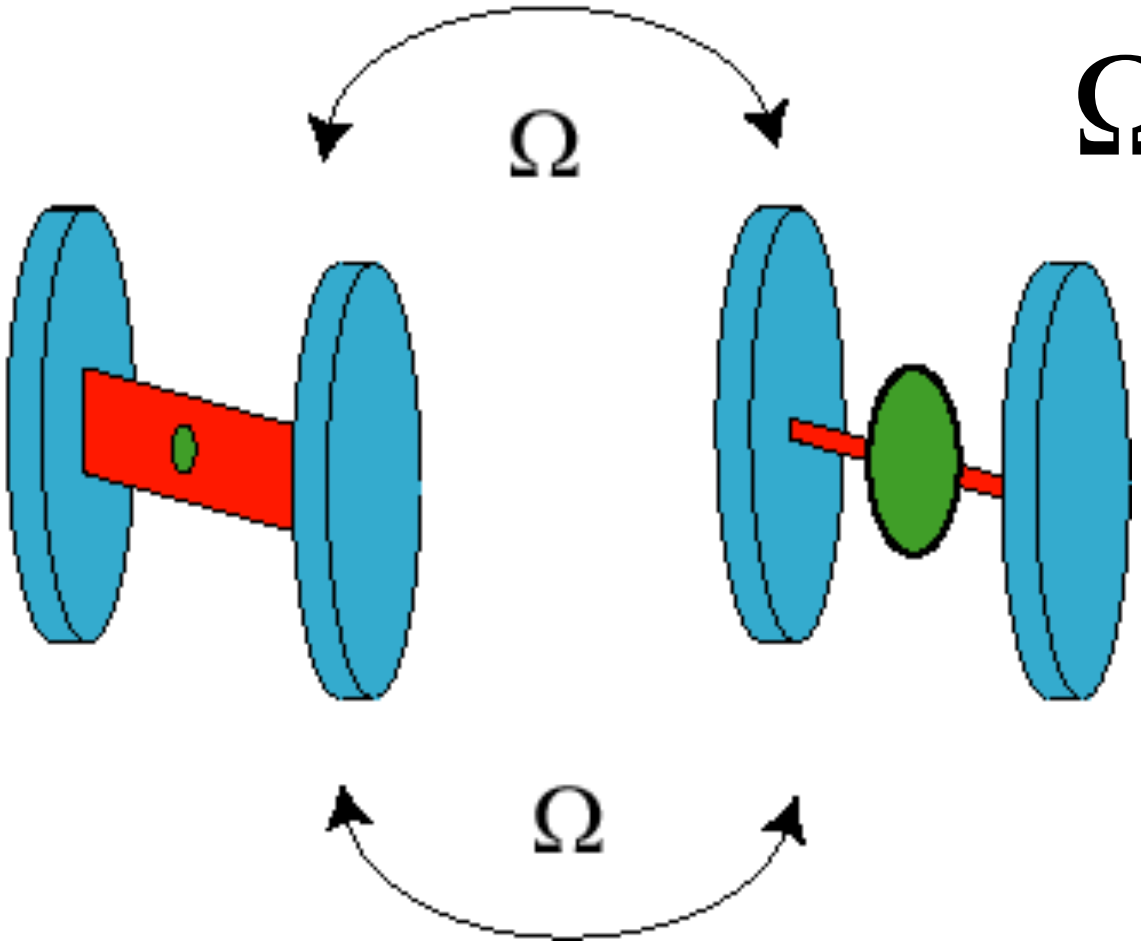


Transmisión

$x/y = 1/(1+2C)$

Dinámica de Jaynes Cummings
Oscilaciones de Rabi :

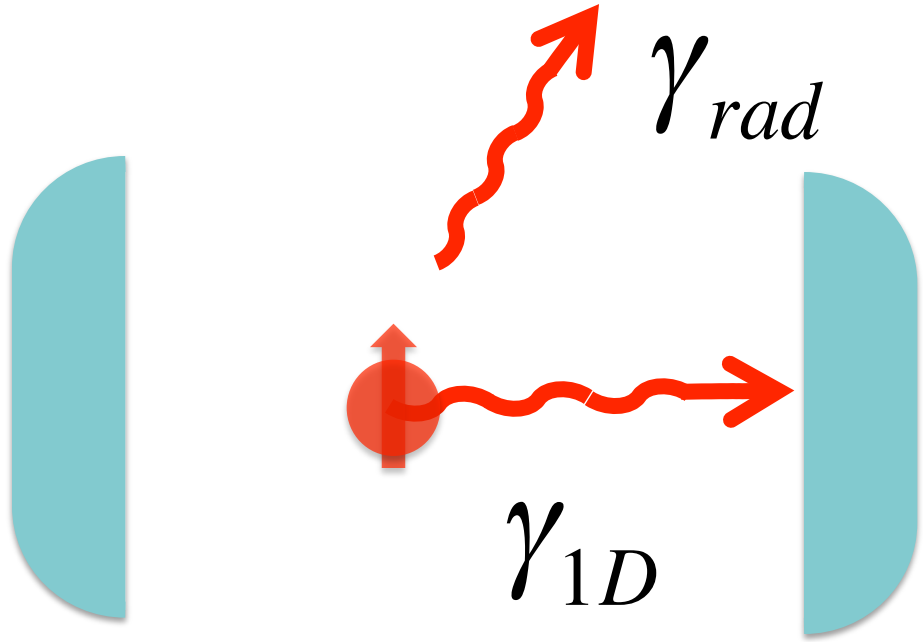
Intercambio de excitación para *N* átomos:

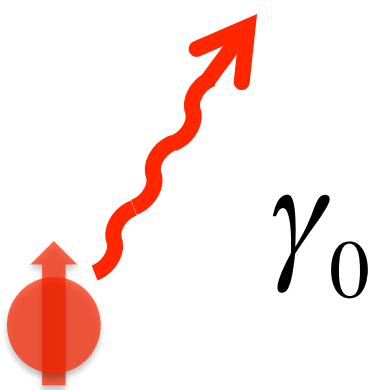


$$\Omega \approx g\sqrt{N}$$

Algunos parámetros

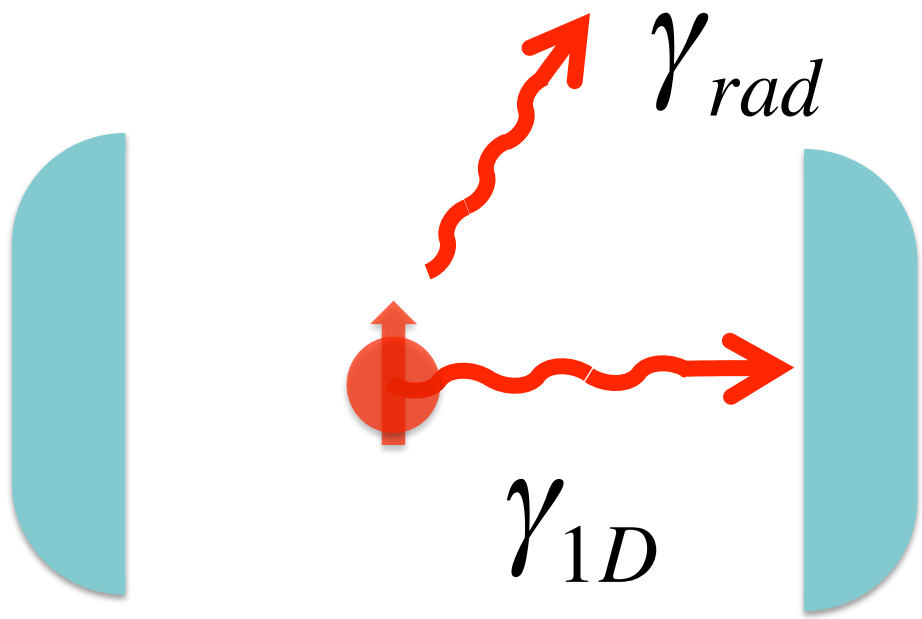
Mejora de acoplamiento

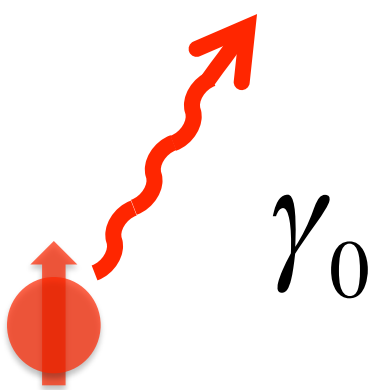




$$\alpha = \frac{\gamma_{1D}}{\gamma_0}$$

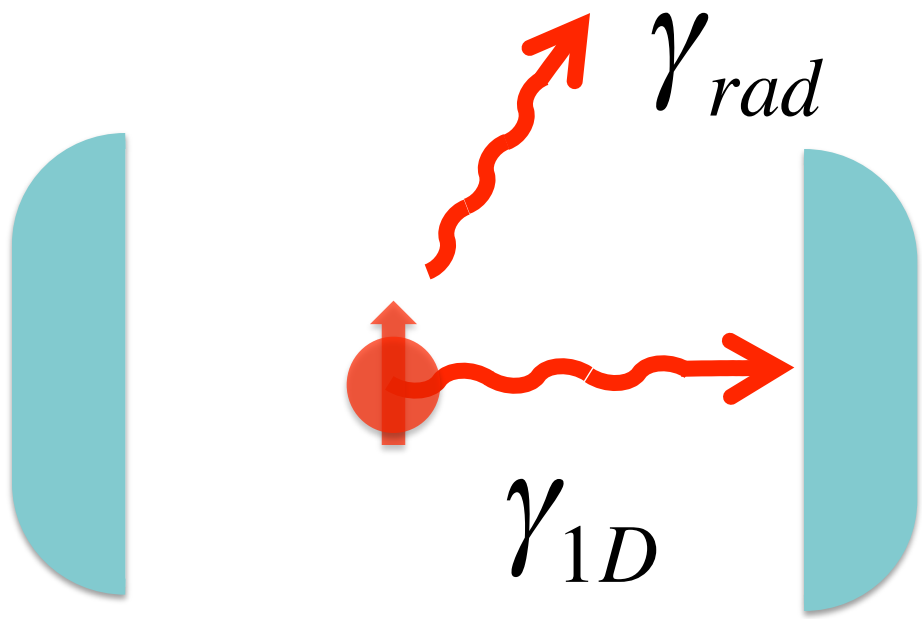
Eficiencia de acoplamiento

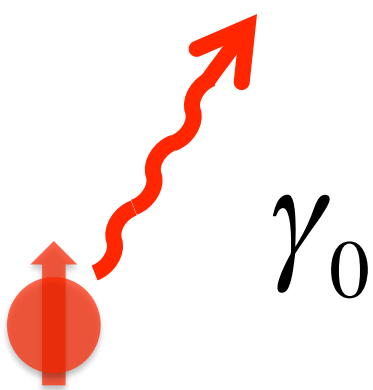




$$\beta = \frac{\gamma_{1D}}{\gamma_{Tot}} \quad ; \quad \gamma_{Tot} = \gamma_{1D} + \gamma_{rad}$$

Factor de Purcell

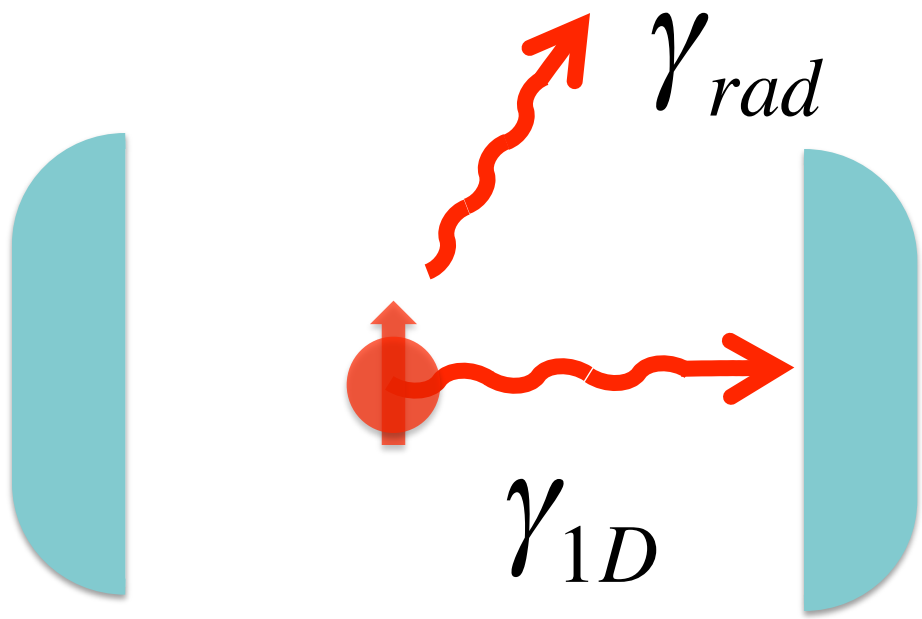


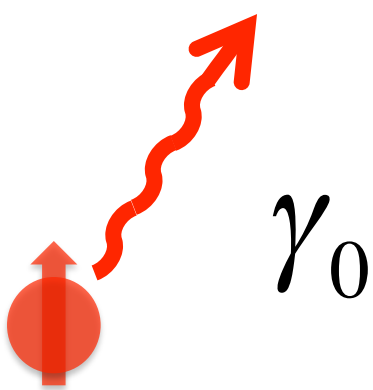


$$F_P = \frac{\gamma_{tot}}{\gamma_0} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\gamma_{Tot} = \gamma_{1D} + \gamma_{rad}$$

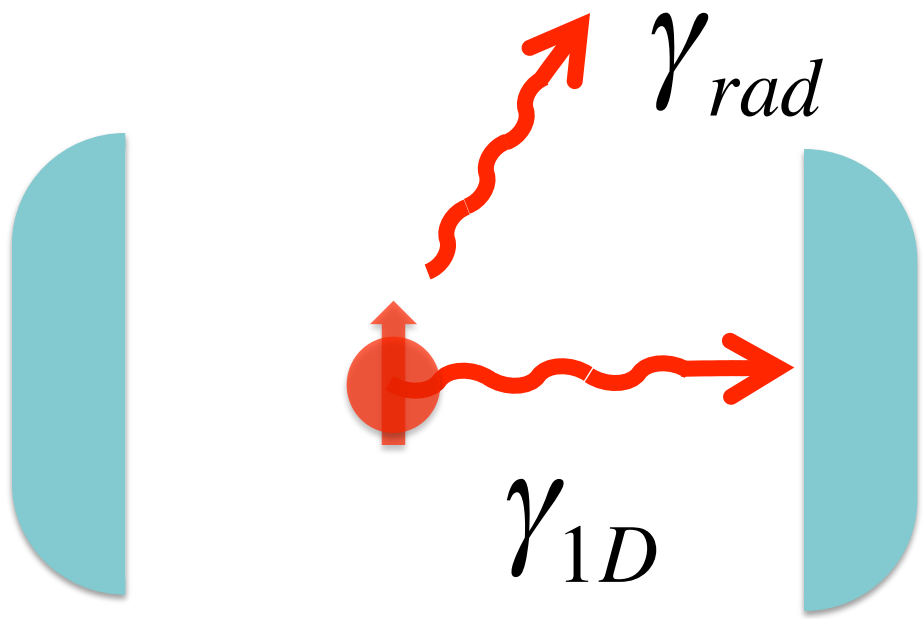
Cooperatividad

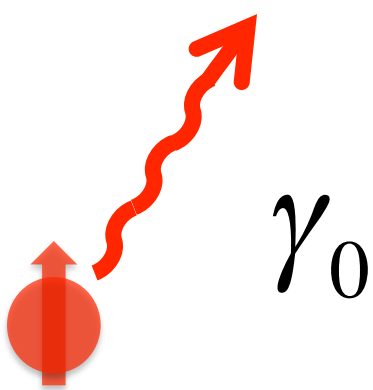




$$C_1 = \frac{\beta}{(1-\beta)} = \frac{\gamma_{1D}}{\gamma_{rad}}$$

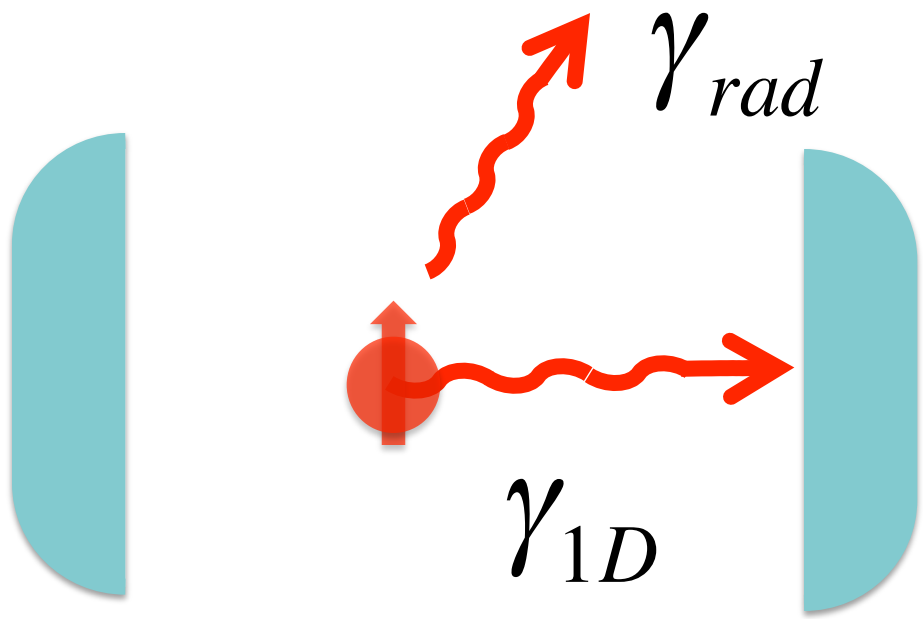
Cooperatividad

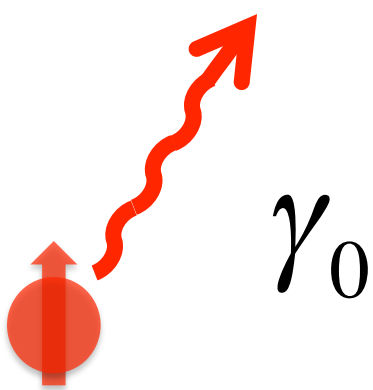




$$C_1 = \frac{g^2}{\kappa\gamma_0}$$

Cooperatividad





$$C_1 = \frac{\sigma_0}{Area_{\text{mode}}} \frac{1}{T}$$

La mejora de acoplamiento α es proporcional al número total de fotones emitidos en el modo de cavidad.

La eficiencia de acoplamiento β es el porcentaje de fotones emitidos en el modo en relación con el número total de fotones emitidos.

La cooperatividad es la razón entre los fotones acoplados al modo y los emitidos a otros modos. Es la inversa del número de átomos que son necesarios para observar efectos no lineales en la cavidad.

Algunas implementacciones

- Rydbergs en cavidades superconductoras (Micro-ondas)
- Átomos alkalinos en cavidades (Óptico)
- Quantum dots, defectos en diamantes en microcavidades (Optical)
- Ions atrapados con sus modos vibracionales (fonones)
- Circuit QED Qubits superconductores en cavidades superconductoras (Micro-ondas)
- Polaritones en microcavidades (fotones)

La cooperatividad se ha convertido en la figura de mérito para muchos experimentos en óptica e información cuántica, no esta limitada a cavity QED.

Como elegir una plataforma?

$$C = \frac{\sigma_0}{Area_{\text{mode}}} \frac{1}{T} N \qquad C = \frac{g^2}{\kappa \gamma_0} N$$

Tomen el área del modo como $\pi(\lambda/2)^2$, y σ como $3\lambda^2/2\pi$. C no depende del "átomo o dipolo"

Otra aproximación es maximizar *g* *con un campo* E_0 grande minimizando el volumen del modo de la cavidad *V*

Las soluciones están guidadas por sus recursos y dónde quieren alcanzar el ideal.

Las micro-ondas pueden ser confinadas en cavidades con areas del modo comparables a la sección eficas de los átomos de Rydberg. (Experimentos dirigidos por S. Haroche)

Es más dificil en el visible, pero desarrollos recientes ENS haciendo espejos micrométricos pueden ayudar.

Hamiltoniano cuántico para *N* átomos

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3 + \hat{H}_4 + \hat{H}_5 \ ,$$

$$\hat{H}_1 = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}\hbar\omega_a \sum_{j=1}^{N} \hat{\sigma}_j^z \ ,$$

átomos libres
campo libre

J. C.

$$\hat{H}_2 = i\hbar \sum_{j=1}^{N} g_j \left(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_j^- e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}_j} - \hat{a}\hat{\sigma}_j^+ e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_j} \right)$$

Interacción

$$\hat{H}_3 = \sum_{j=1}^{N} \left(\hat{\Gamma}_A \hat{\sigma}_j^+ + \hat{\Gamma}_A^\dagger \hat{\sigma}_j^- \right) \ ,$$

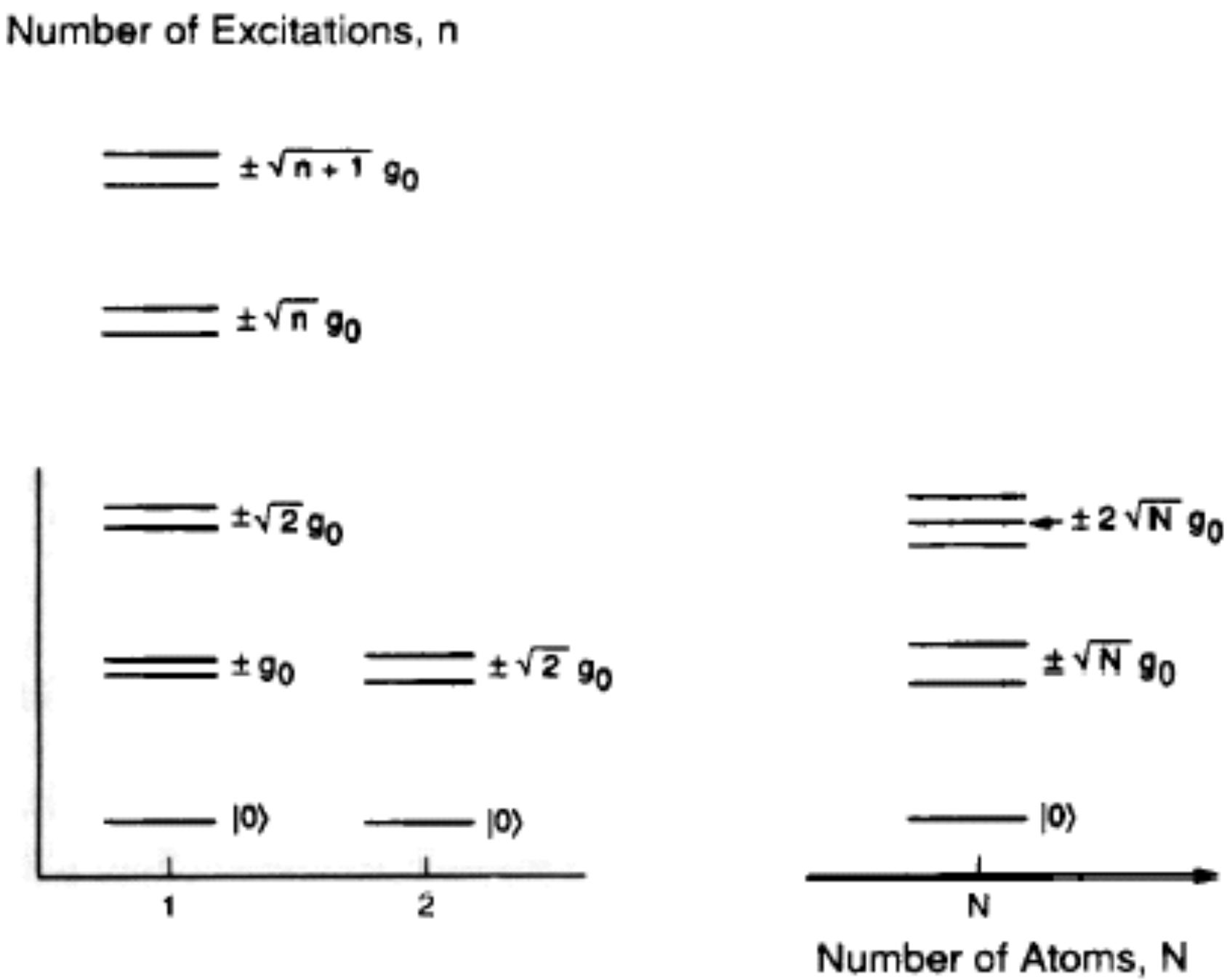
Decaimiento
Atómico

$$\hat{H}_4 = \hat{\Gamma}_F \hat{a}^\dagger + \hat{\Gamma}_F^\dagger \hat{a} \ ,$$

Decaimiento
Cavidad

$$\hat{H}_5 = i\hbar \left(\hat{a}^\dagger \mathcal{E} e^{-i\omega_l t} - \hat{a}\mathcal{E}^* e^{i\omega_l t} \right) \ .$$

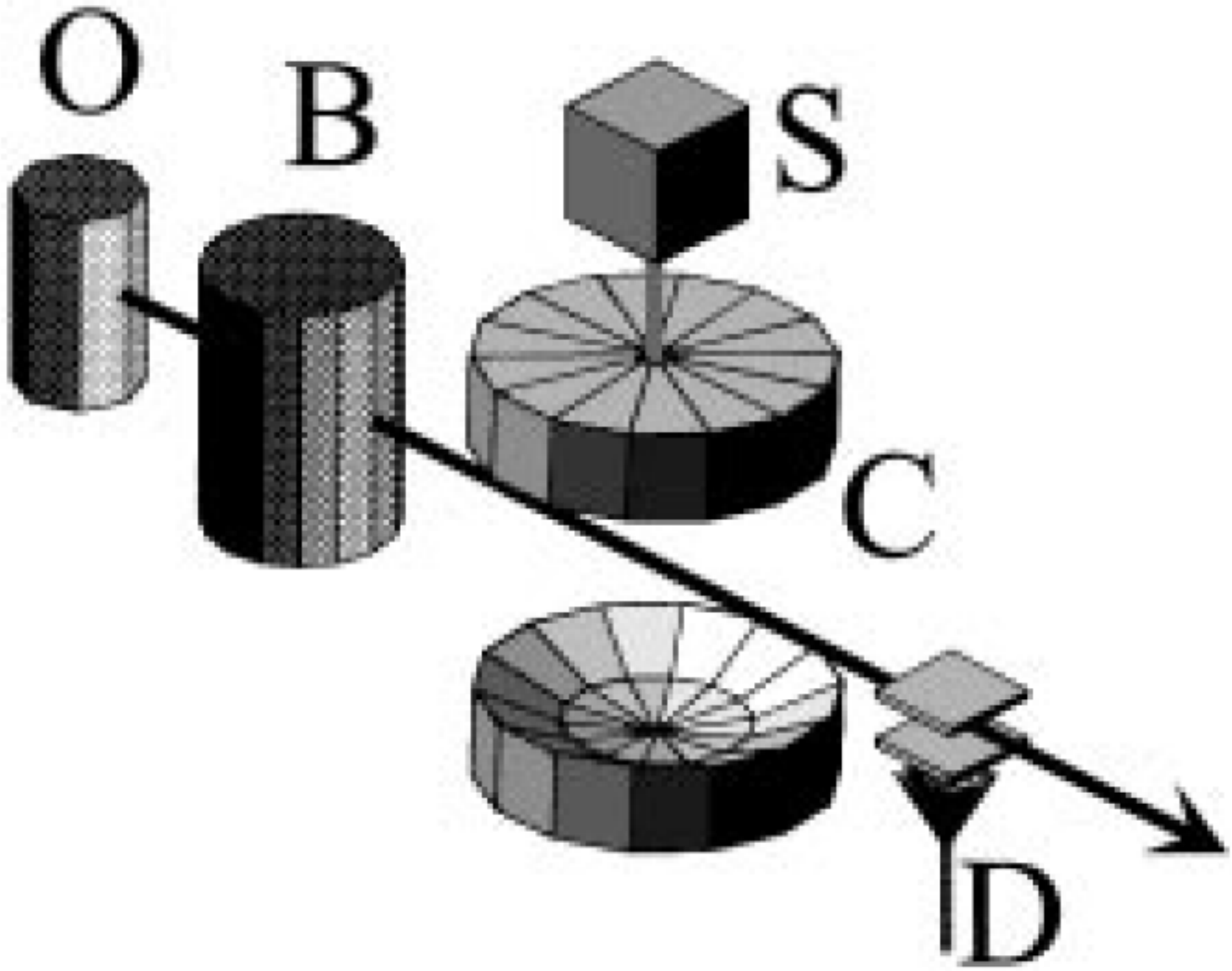
Excitación del
modo

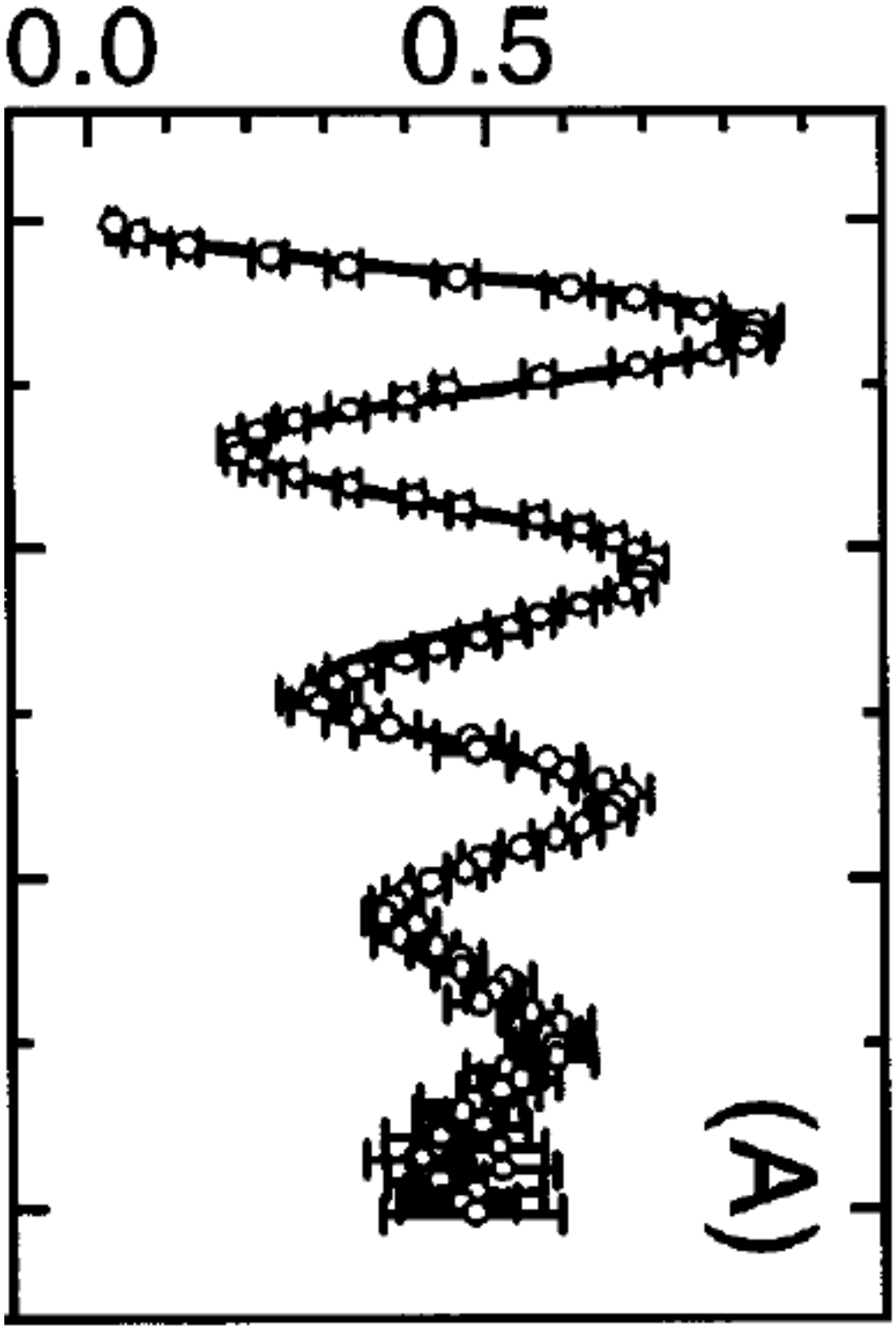

Number of Excitations, n
$\pm\sqrt{n+1}\, g_0$
$\pm\sqrt{n}\, g_0$
$\pm\sqrt{2}\, g_0$
$\pm g_0$
$\pm\sqrt{2}\, g_0$
$|0\rangle$
$|0\rangle$
1
2
$\pm 2\sqrt{N}\, g_0$
$\pm\sqrt{N}\, g_0$
$|0\rangle$
N
Number of Atoms, N

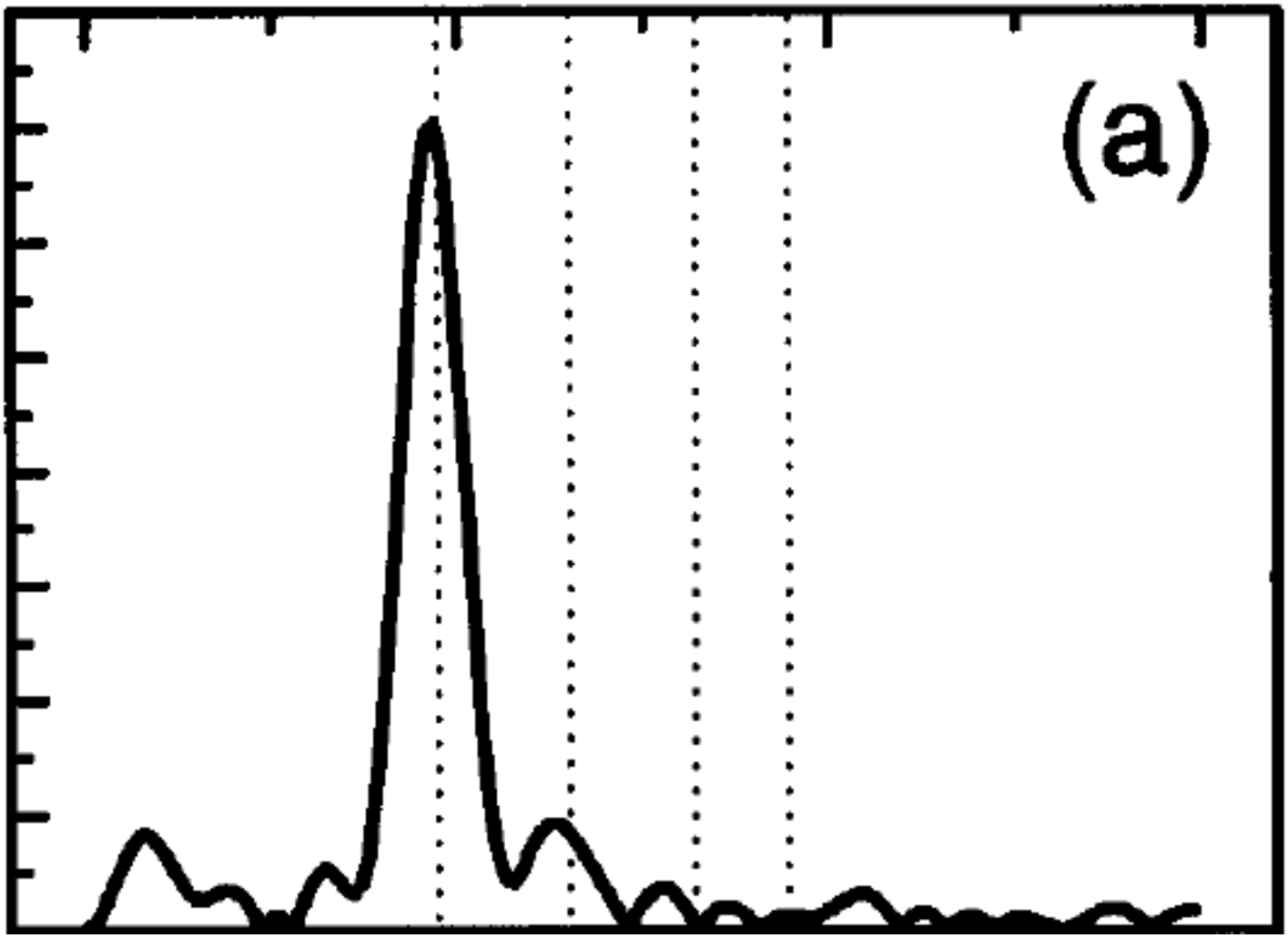
Quantum Rabi Oscillation: A Direct Test of Field Quantization in a Cavity

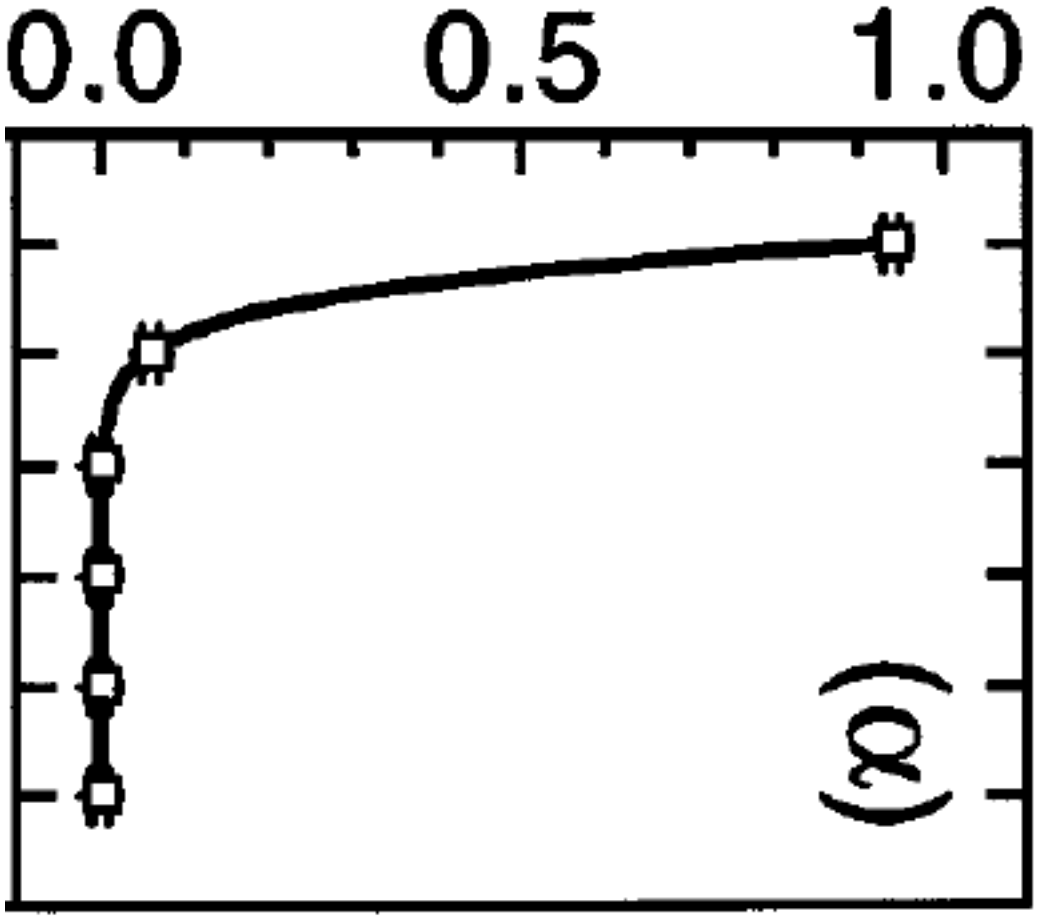
M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J.M. Raimond, and S. Haroche
Laboratoire Kastler Brossel, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France*
(Received 9 November 1995)

We have observed the Rabi oscillation of circular Rydberg atoms in the vacuum and in small coherent fields stored in a high Q cavity. The signal exhibits discrete Fourier components at frequencies proportional to the square root of successive integers. This provides direct evidence of field quantization in the cavity. The weights of the Fourier components yield the photon number distribution in the field. This investigation of the excited levels of the atom-cavity system reveals nonlinear quantum features at extremely low field strengths.


O
B
S
C
D

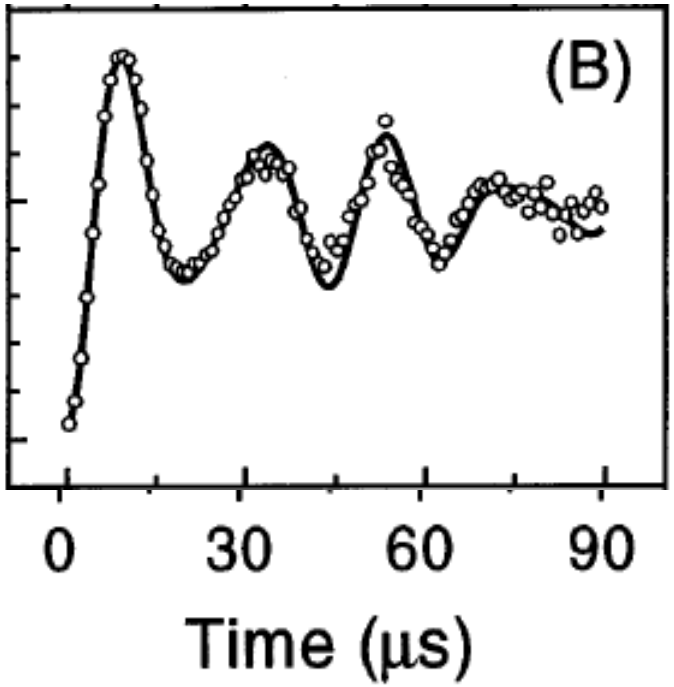

0.0
0.5
(A)


(a)

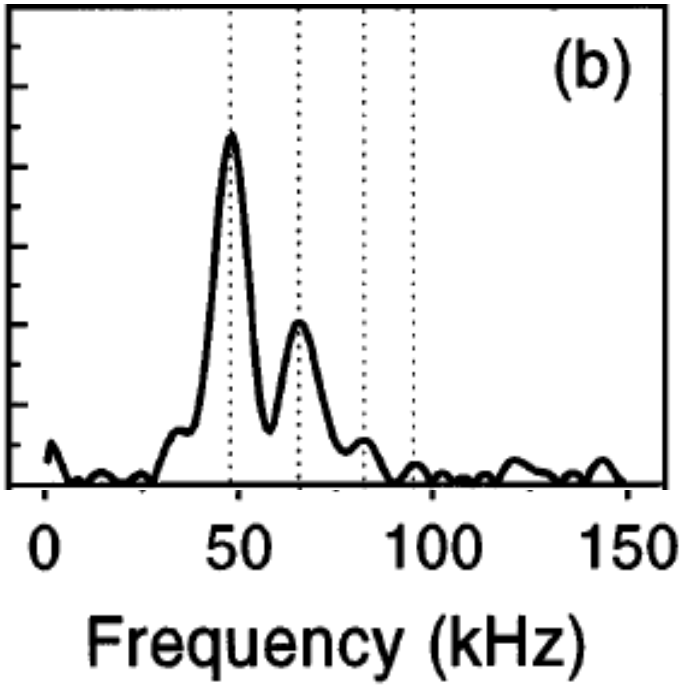

0.0
0.5
1.0
(a)

Para dos fotones

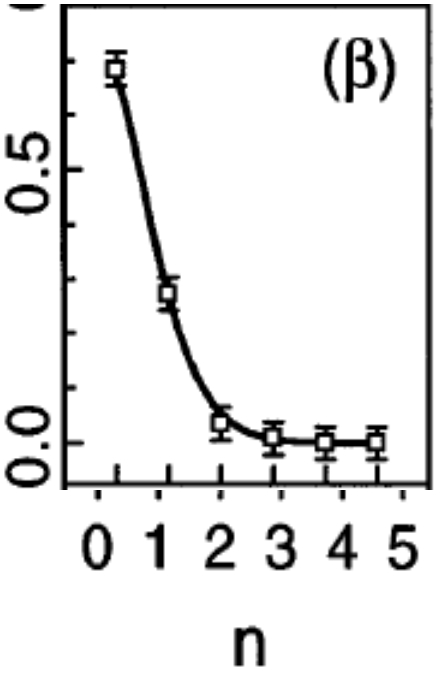
Oscillations



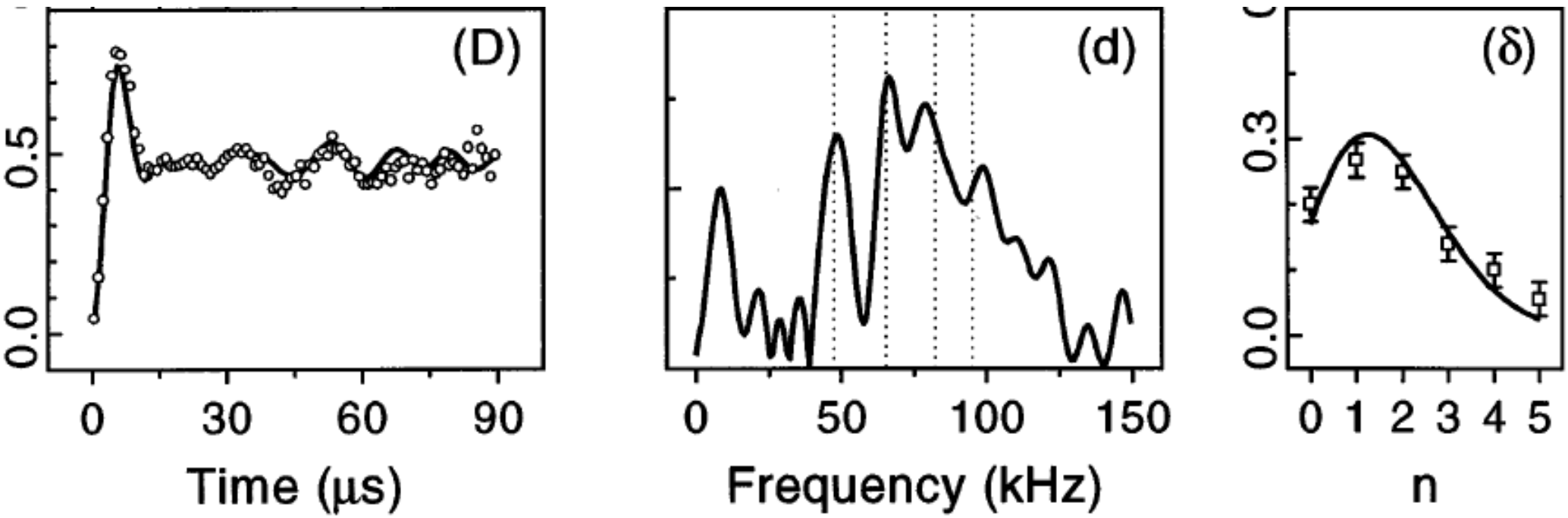
Fourier Transform



P(n)



Para cuatro fotones



LETTERS

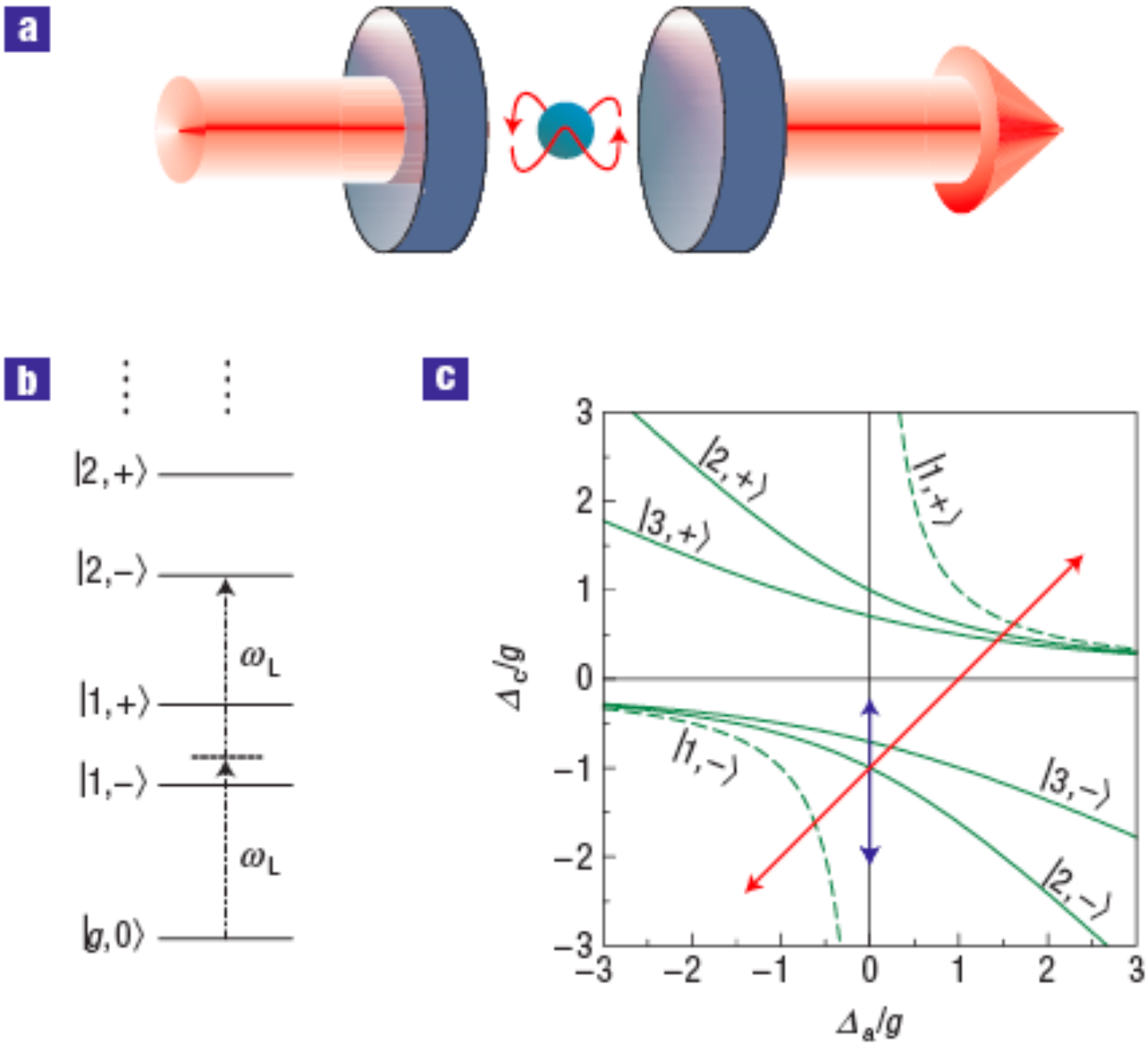
Nonlinear spectroscopy of photons bound to one atom

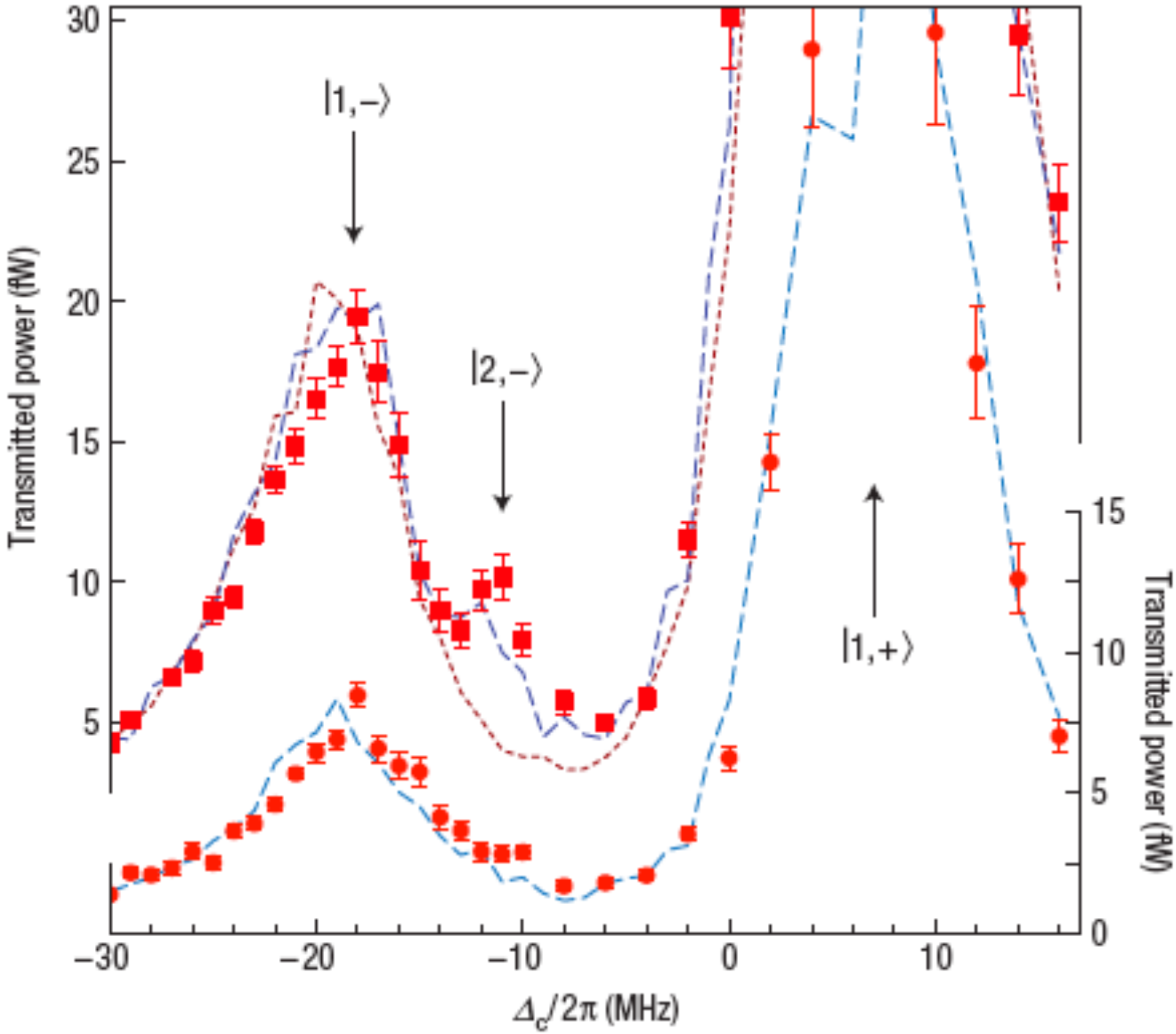
I. SCHUSTER, A. KUBANEK, A. FUHRMANEK, T. PUPPE, P. W. H. PINKSE, K. MURR AND G. REMPE*

Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Hans-Kopfermann-Straße 1, D-85748 Garching, Germany

***e-mail: gerhard.rempe@mpq.mpg.de**

Published online: 13 April 2008; doi:10.1038/nphys940


a
b
|2,+⟩
|2,−⟩
ω_L
|1,+⟩
|1,−⟩
ω_L
|g,0⟩
c
|2,+⟩
|3,+⟩
|1,+⟩
|1,−⟩
|3,−⟩
|2,−⟩
Δ_c/g
Δ_a/g
3
2
1
0
−1
−2
−3
−3
−2
−1
0
1
2
3


|1,−⟩
|2,−⟩
|1,+⟩
Transmitted power (fW)
Transmitted power (fW)
Δc/2π (MHz)
30
25
20
15
10
5
15
10
5
0
−30
−20
−10
0
10

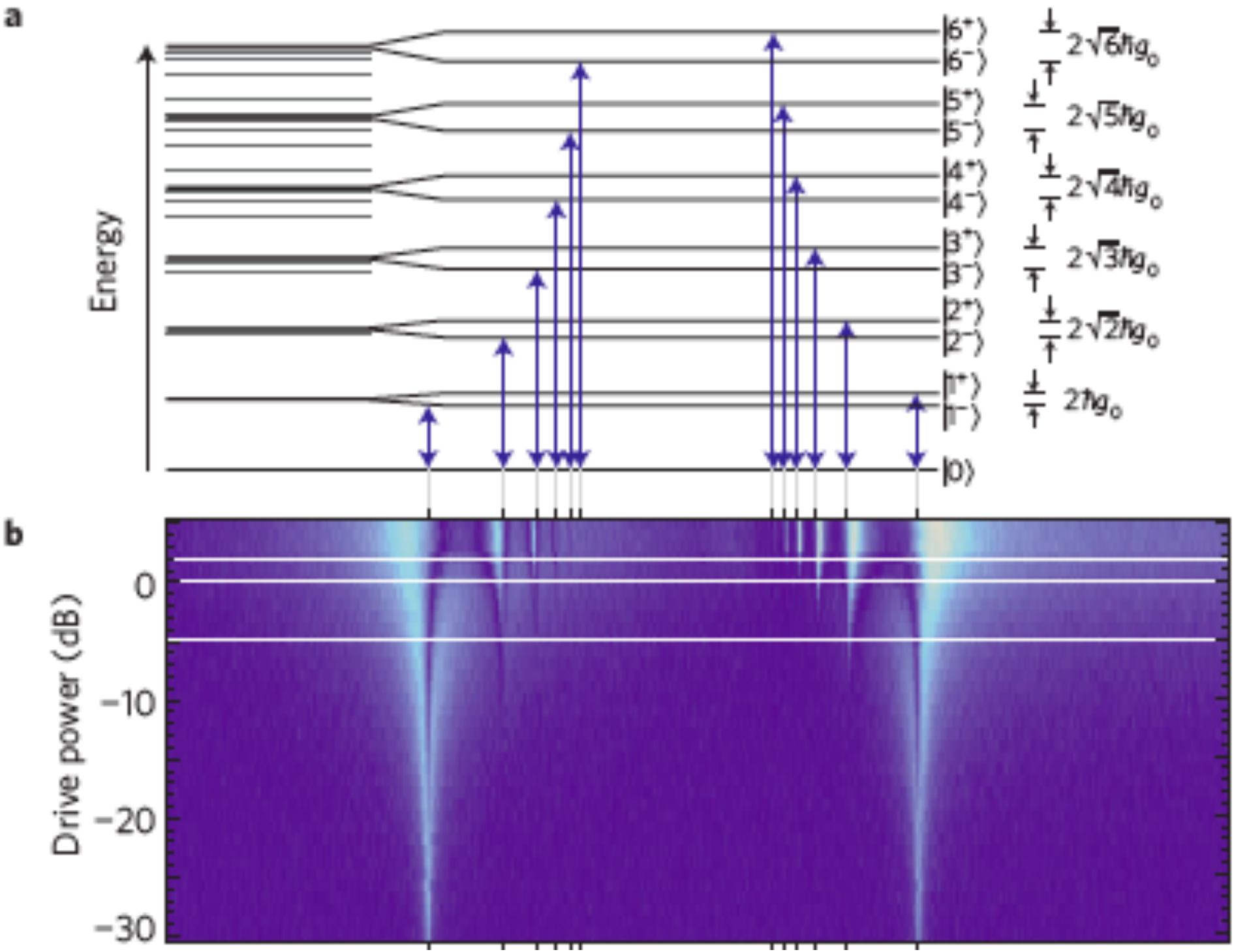
nature physics

LETTERS

PUBLISHED ONLINE: 14 DECEMBER 2008; CORRECTED ONLINE: 15 DECEMBER 2008 | DOI: 10.1038/NPHYS1154

Nonlinear response of the vacuum Rabi resonance

Lev S. Bishop[1], J. M. Chow[1], Jens Koch[1], A. A. Houck[1], M. H. Devoret[1], E. Thuneberg[2], S. M. Girvin[1] and R. J. Schoelkopf[1]*


a
Energy
|6+⟩
|6−⟩
|5+⟩
|5−⟩
|4+⟩
|4−⟩
|3+⟩
|3−⟩
|2+⟩
|2−⟩
|1+⟩
|1−⟩
|0⟩
2√6ħg0
2√5ħg0
2√4ħg0
2√3ħg0
2√2ħg0
2ħg0
b
Drive power (dB)
0
−10
−20
−30

Photon Antibunching and Squeezing for a Single Atom in a Resonant Cavity

H. J. Carmichael
Department of Physics, University of Arkansas, Fayetteville, Arkansas 72701
(Received 12 August 1985)

The transmitted light from an optical cavity containing a single two-level atom may show photon antibunching and squeezing. The two effects are closely related and simply understood in terms of the theory of single-atom resonance fluorescence. It follows that corresponding nonclassical effects in optical bistability do not originate in atomic collectivity.

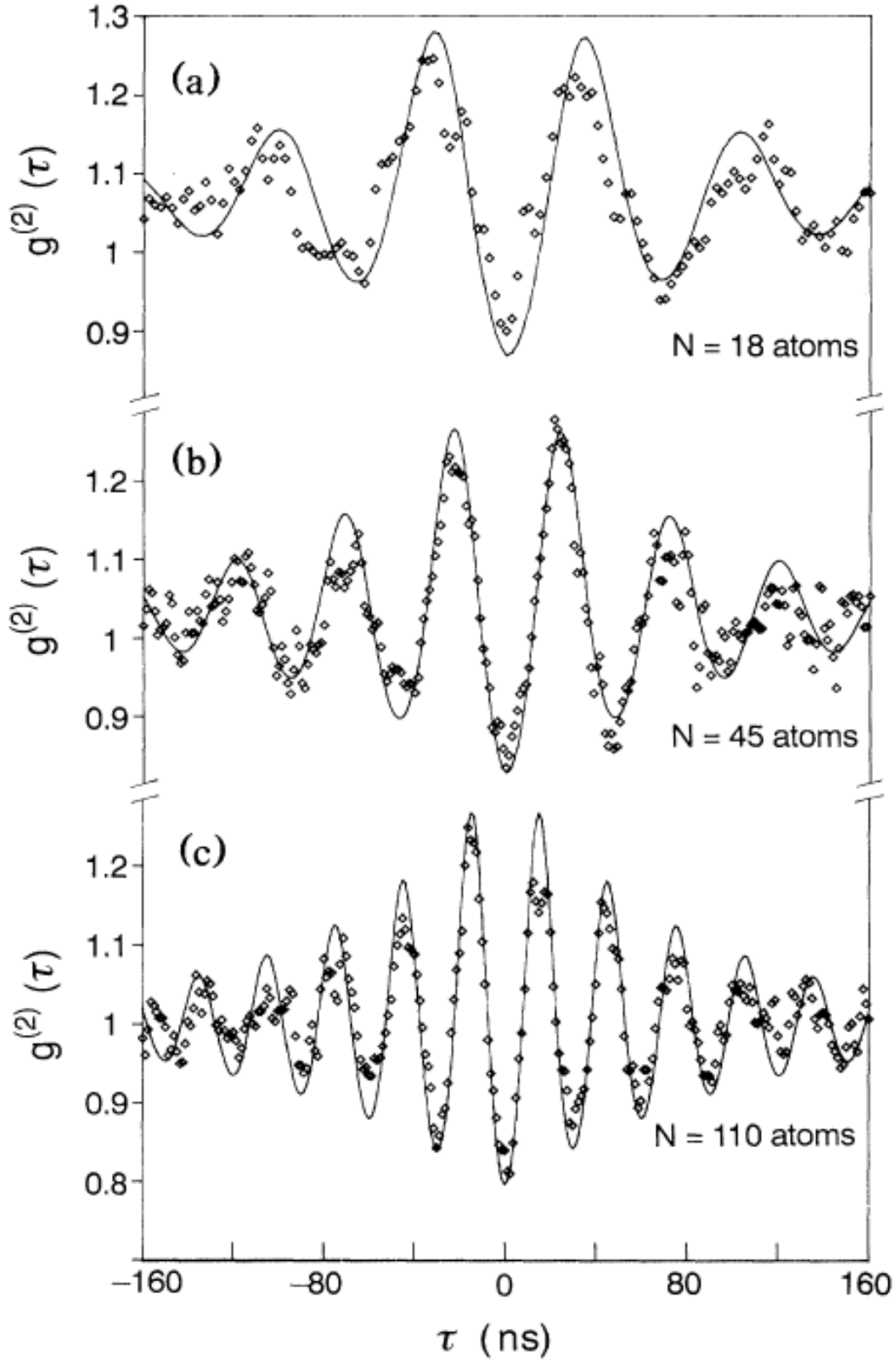
Optical Bistability and Photon Statistics in Cavity Quantum Electrodynamics

G. Rempe, R. J. Thompson, R. J. Brecha,[a] W. D. Lee,[b] and H. J. Kimble

Norman Bridge Laboratory of Physics 12-33, California Institute of Technology, Pasadena, California 91125

(Received 28 June 1991)

The quantum statistical behavior of a small collection of N two-state atoms strongly coupled to the field of a high-finesse optical cavity is investigated. Input-output characteristics are recorded over the range $3 \lesssim N \lesssim 65$, with bistability observed for $N \gtrsim 15$ intracavity atoms and for a saturation photon number $n_0 \simeq 0.8$. For weak excitation the transmitted field exhibits photon antibunching as a nonclassical manifestation of state reduction and quantum interference with the magnitude of the nonclassical effects largely independent of N.

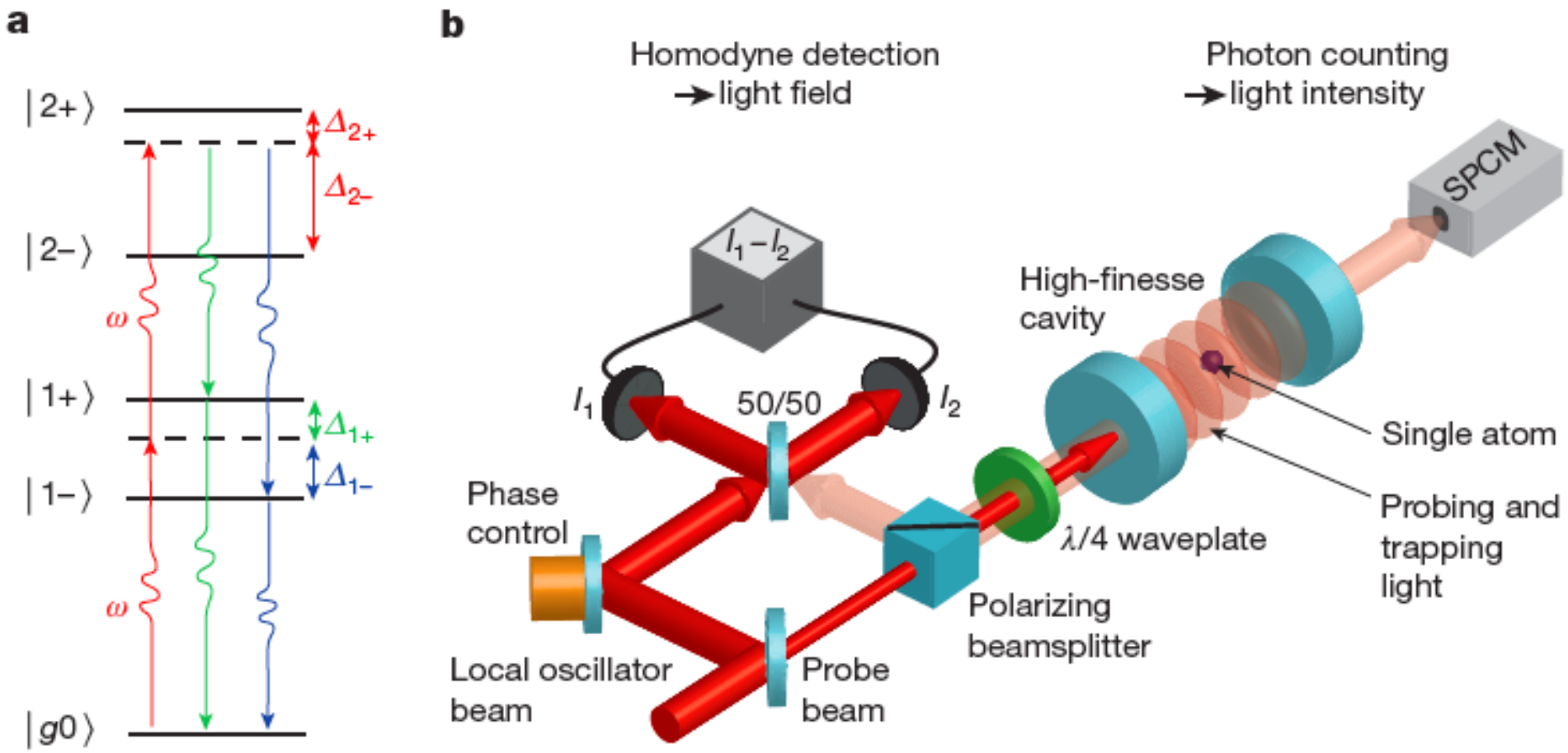

(a)
N = 18 atoms
(b)
N = 45 atoms
(c)
N = 110 atoms
$g^{(2)}(\tau)$
1.3
1.2
1.1
1
0.9
0.8
–160
–80
0
80
160
τ (ns)

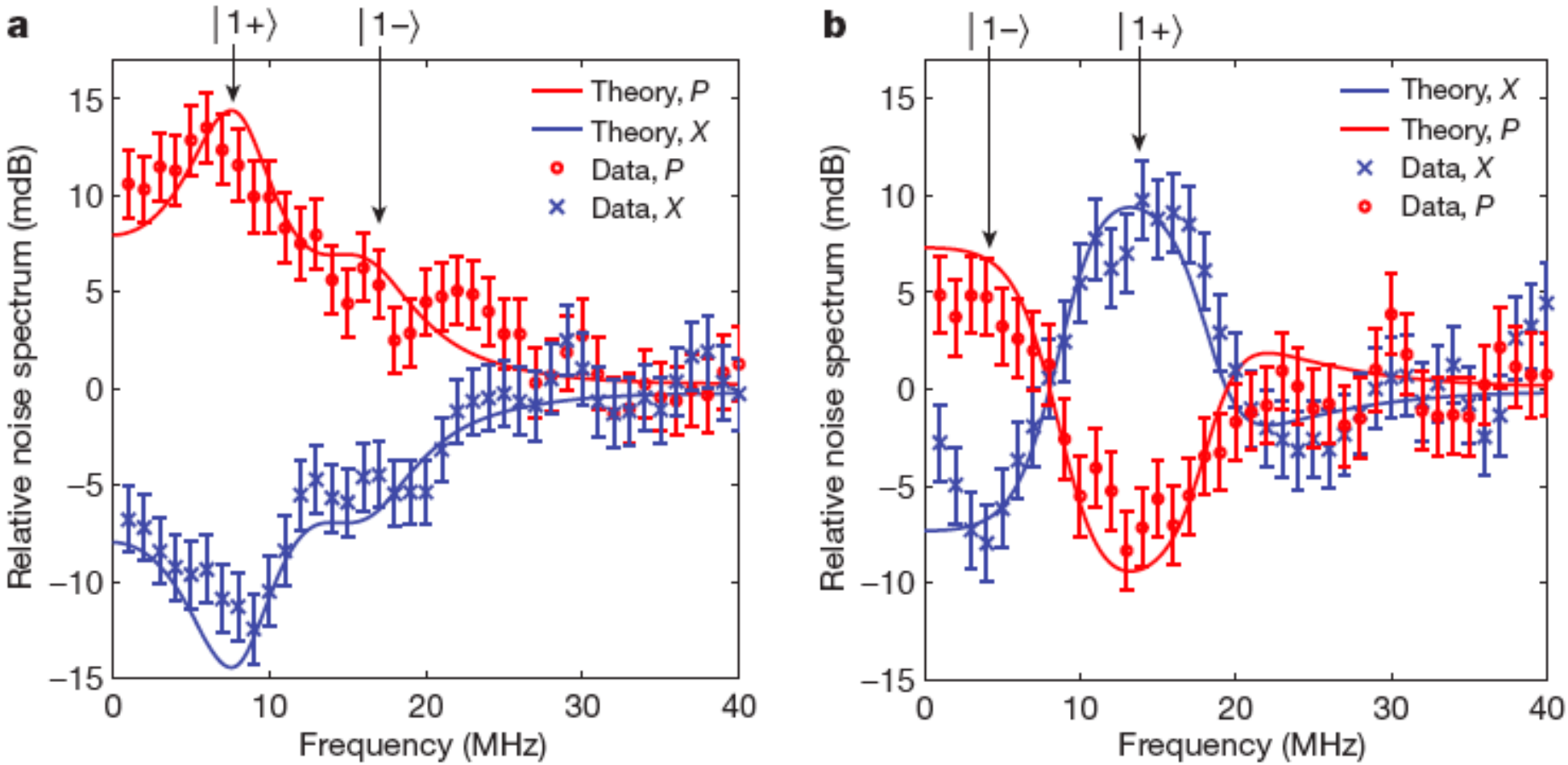
LETTER

doi:10.1038/nature10170

Observation of squeezed light from one atom excited with two photons

A. Ourjoumtsev[1,2], A. Kubanek[1], M. Koch[1], C. Sames[1], P. W. H. Pinkse[1]†, G. Rempe[1] & K. Murr[1]


a
|2+⟩
|2−⟩
|1+⟩
|1−⟩
|g0⟩
ω
ω
Δ2+
Δ2−
Δ1+
Δ1−
b
Homodyne detection
→ light field
Photon counting
→ light intensity
SPCM
I1 − I2
High-finesse
cavity
I1
50/50
I2
Single atom
Phase
control
λ/4 waveplate
Probing and
trapping
light
Polarizing
beamsplitter
Local oscillator
beam
Probe
beam


a
|1+⟩
|1−⟩
Theory, P
Theory, X
Data, P
Data, X
Relative noise spectrum (mdB)
Frequency (MHz)
b
|1−⟩
|1+⟩
Theory, X
Theory, P
Data, X
Data, P
Relative noise spectrum (mdB)
Frequency (MHz)

4. Los límites del acoplamiento

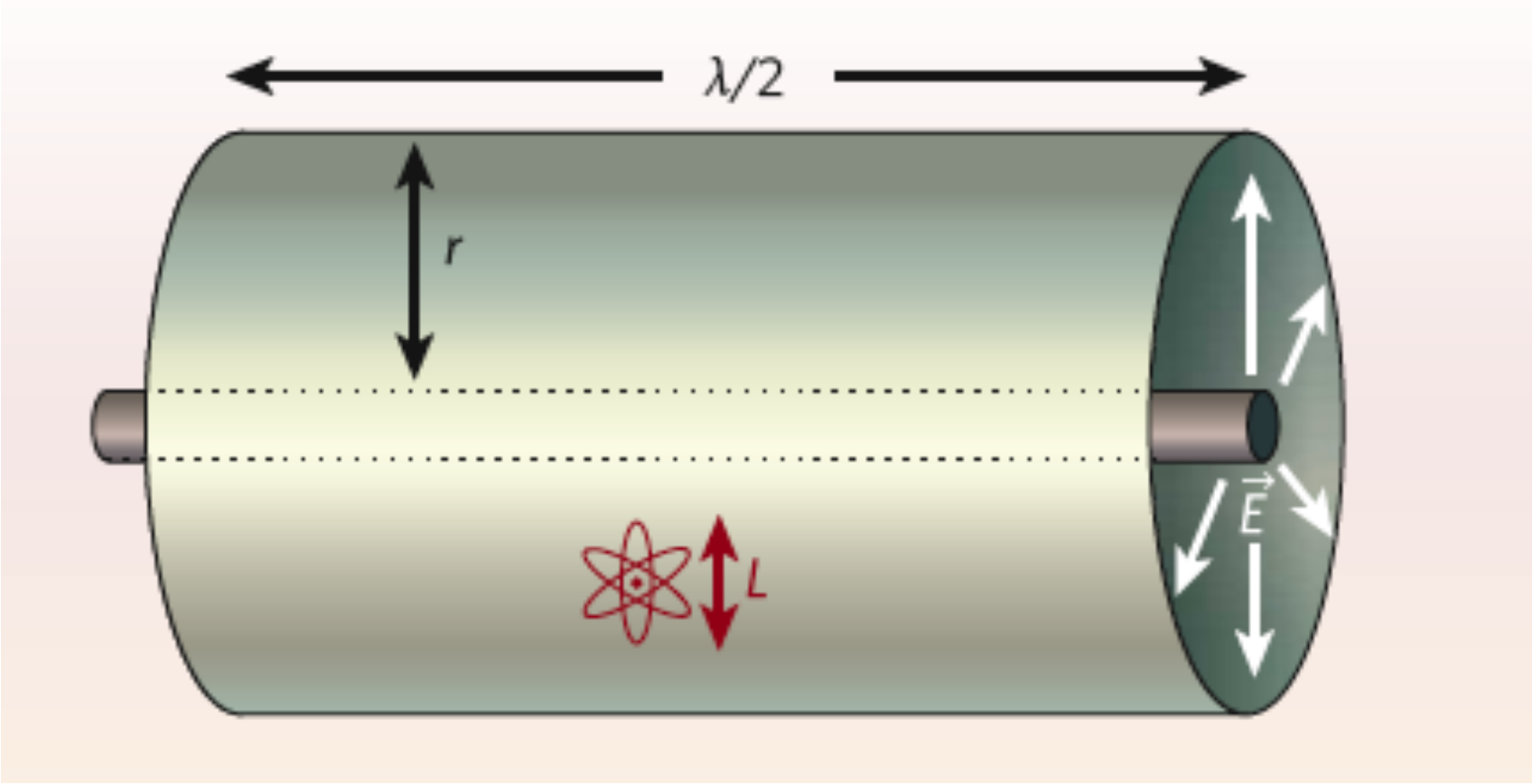
Si el interés esta univamente en *g*, el acoplamiento entre el dipolo y el modo, veamos que pasa en Electrodinámica Cuántica de circuitos (circuit QED)

nature Vol 451|7 February 2008

Wiring up quantum systems

R. J. Schoelkopf and S. M. Girvin

The emerging field of circuit quantum electrodynamics could pave the way for the design of practical quantum computers.



El dipolo *d* con dimensiones características *L* es una cavidad coaxial de longitud $\lambda/2$ y radio *r*

El volumen del modo coaxial está mucho mas confinado que λ^3

$$g = \frac{dE_\upsilon}{\hbar}; \quad d = eL$$

$$V_{eff} = \pi r^2 \lambda / 2;$$

$$E_\upsilon = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{\hbar\omega^2}{2\pi^2\varepsilon_0 c}}$$

$$\frac{g}{\omega} = \left(\frac{L}{r}\right)\sqrt{\frac{e^2}{2\pi^2\varepsilon_0\hbar c}} = \left(\frac{L}{r}\right)\sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}}$$

La constante de acoplamiento puede cer un porcentage de la frecuencia de excitación.

$$\frac{g}{\omega} = \left(\frac{L}{r}\right)\sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} = 0.068\left(\frac{L}{r}\right)$$

El modelo de Jaynes Cummings ya no es necesariamente el adecuado.

Bibliografía:

1. Hyatt M. Gibbs, *Optical Bistability: Controlling Light with Light* (Academic Press, Orlando, 1985).
2. L. A. Lugiato, *Optical Bistability*, in Progress in Optics, edited by E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1984), Vol. XXI, pp. 69-216.
3. *Cavity Quantum Electrodynamics*, edited by Paul R. Berman, Advances in Atomic Molecular and Optical Physics Supplement 2, Academic Press, Boston 1994.
4. S. Haroche and J. M. Raimond, *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons* (Oxford Univ. Press, 2006).
5. J. Gripp, S. L. Mielke, L. A. Orozco, and H. J. Carmichael, "Anharmonicity of the Vacuum Rabi Peaks in a Many-Atom System," Phys. Rev. A **54**, R3746 (1996).
6. S. L. Mielke, G. T. Foster, J. Gripp, and L. A. Orozco, "Time Response of a coupled atoms-cavity system," Opt. Lett. **22**, 325 (1997).
7. Gripp, S. L. Mielke, L. A. Orozco, "Evolution of the Vacuum Rabi Peaks in a detuned Atoms-Cavity System," Phys. Rev. A **56**, 3262 (1997).

Gracias