Left side

# TEST

**Right side** 

bottom

Тор

## Funciones de correlación en óptica; ejemplos clásicos y cuánticos 4.

Postgrado, Física, UNAM, México, Marzo 2019 Luis A. Orozco www.jqi.umd.edu





NIST

## El material del curso está disponible en:



http://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2019/Results19.htm

Cavity QED en el régimen óptico

Electrodinámica cuántica para peatones. No se neceista renormalizar. Hay un solo modo del campo electromagnético.

## ATOMOS + CAVIDAD

Régimen perturbativo: acoplamiento < disipación. El decaimiento puede incrementarse o suprimirse (cavidad menor a  $\lambda$ ), cambios en los niveles de energía.

Régimen no-perturbativo: acoplamiento > disipación. Desdoblamiento de los niveles por el acoplamiento g (Vacuum Rabi).

# El acoplamiento dipolar entre el átomo y la cavidad:

$$g = \frac{d \cdot E_v}{\hbar}$$

# El campo de un fotón en una cavidad con volumen V<sub>eff</sub> es:

$$E_{v} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_{0}V_{eff}}}$$





## Estado estable



Dinámica de Jaynes Cummings Oscilaciones de Rabi :

Intercambio de excitación para N átomos:



#### 2g desdoblamiento de Rabi del vacío



Doblete en la tranmisión en vez del singlete de la resonancia del Fabry Perot vacío.











Las mediciones condicionales permiten el estudio de la dinámica del sistéma.

El condicionamiento cuántico, con fotodectecciones, provee un tiempo para controlar la evolución del sistéma. con

Retroalimentación basada en una sola fotodetección.



Tres condiciones:

Amplitud

Paridad

Tiempo de empuje

Solo tenemos un bid de información, un clickl Pero tenemos muy buen conocimiento de la dinámica.





**Conditional Intensity** 











### Evolución condicionada

$$|\Psi_{ss}\rangle = |0,g\rangle + \lambda|1,g\rangle - \frac{2g}{\gamma}\lambda|0,e\rangle + \frac{\lambda^2 pq}{\sqrt{2}}|2,g\rangle - \frac{2g\lambda^2 q}{\gamma}|1,e\rangle$$

$$\lambda = \langle \hat{a} \rangle, \quad p = p(g, \kappa, \gamma) \text{ and } q = q(g, \kappa, \gamma)$$

$$\hat{a}|\Psi_{ss}\rangle \Rightarrow |\Psi_{collapse}\rangle = |0,g\rangle + \lambda pq|1,g\rangle - \frac{2g\lambda q}{\gamma}|0,e\rangle$$

$$|\Psi(t)\rangle = |0,g\rangle + I[f_1(t)|1,g\rangle + f_2(t)|0,e\rangle] + O(I^2)$$
Campo Polarización atómica

Son el mismo coeficiente cuando

 $f_2(T) = -\frac{2g}{\gamma} f_1(T)$ 

¿Cuanto tiempo podemos mantener el sistéma? Tanto como querramos

> ¿Dónde está la información? Hay un nuevo estado estable.

¿Qué es cuántico respecto a esto? La detección del primer fotón. Bibliografía:

H. J. Carmichael, G. T. Foster, L. A. Orozco, J. E. Reiner, and P. R. Rice, "Intensity-Field Correlations of Non-Classical Light". Progress in Optics, Vol. 46, 355-403, Edited by E. Wolf Elsevier, Amsterdam 2004.

H. J. Kimble, Quantum Fluctuations in Quantum Optics – Squeezing and Related Phenomena. Course 10, J. Dalibard, J. M. Raimond, and J. Zinn-Justin, Editorrs, Les Houches Seeion LIII, 1990, Fundamental Systems in Quantum Optics, Elsevier 1992.

## Correlaciones campo-intensidad

- El objeto de interés en la óptica y en la óptica cuántica es el CAMPO. Eso es lo que está cuantizado.
- ¿Podemos medire el CAMPO de un estado con un promedio de intensidad de UN FOTÓN en él?

Detección del campo: Técnica homodina en un interferómetro de Mach Zehnder

Medición condicional : Solo medir cuando sabemos que hay un fotón.

Fuente: Cavity QED

## Medición homodina



Hay una interferencia entre el oscilador locar (LO) y la señal (S) que es proporcional a la amplitud de la señal y continene la diferencia de fase  $\phi$  entre el LO y la S.

 $|LO \cos(\phi) + S|^2 = |LO|^2 + 2 LO S \cos(\phi) + |S|^2$ 

Repaso del ruido de disparo (shot noise):

El ruido de diparo existe cuando el transporte de energía se da por medio de un número finito de partículas discretas.

Por ejemplo la carga eléctrica e (Schottky 1918).

Si el número de partículas es pequeño y sigue una distribución Poissoniana (eventos aleatorios independientes), puede ser el ruido dominante.

Repaso del ruido de disparo (shot noise):

- La media de una Poissoniana es n
- La varianza de una Poissoniana es n
- El cociente de la señal a ruido es  $n^{1/2}$
- Una distribución Poissoniana con n muy grande se puede aproximar a una Gaussiana.
- Densidad de potencia espectral:  $S(\omega)=2e|i|$

Repaso de estados coherentes  $|\alpha>$ 

El estado coherente  $|\alpha>$  es el estado propio de el operador de aniquilación:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$$

Su amplitud (compleja):  $\alpha$ Su valor medio al cuadrado:  $\alpha \alpha^* = |\alpha|^2$ Su varianza: 1/2

Son estados con la mínima incertidumbre permitida por la mecánica cuántica.

Relación con el oscilador harmónico: Cuadraturas del cámpo electromagnético  $H=\hbar\omega\left(P^2+X^2
ight),\qquad ext{with}\qquad \left[X,P
ight]\equiv XP-PX=rac{i}{2}\,I$  $(X - \langle X \rangle) | lpha 
angle = -i (P - \langle P 
angle) | lpha 
angle$  $(X+iP) |\alpha\rangle = \langle X+iP \rangle |\alpha\rangle$ Estados de mínima incertidumbre:  $\langle lpha \mid (X - \langle X 
angle)^2 + (P - \langle P 
angle)^2 \mid lpha 
angle = 1/2$ Relación con los estados de Fock (Poisson)  $P(n) = \left| \langle n | lpha 
angle 
ight|^2 = e^{-\langle n 
angle} rac{\langle n 
angle^n}{|lpha|^2}$
¿Cómo detectamos el ruido cuántico debido a las fluctuaciones del vacío?



٨

# ¿Cuánto es la corriente de salida?



# Detección de Luz (ruido de disparo)



El campo A(t) produce una fotocorriente con carga Q. La ionización sucede en un periodo  $\Delta t$ tal que es lo suficientemente pequeño para solo tener un electrón en cada  $\Delta t$ . p<sub>k</sub> es una variable aleatoria.

$$i(t) = \sum_{k} Q(t - t_k) p_k$$
, H. J. Kimble

Tenemos que calcular la densidad espectral de  
potencia  
$$\Phi(\Omega) \equiv \int \langle \Delta i(t) \Delta i(t+\tau) \rangle \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega\tau} \, \mathrm{d}\tau,$$

Function de correlación  $\langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle = \langle i(t)i(t + \tau) \rangle - \langle i \rangle^2$ 

La correlación es:

$$\langle i(t)i(t+\tau) \rangle = \left\langle \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q(t-t_k)p_k \sum_{j=-\infty}^{\infty} Q(t+\tau-t_j)p_j \right\rangle$$

H. J. Kimble

$$= \sum_{k} Q(t - t_k) Q(t + \tau - t_k) \langle p_k \rangle$$
$$+ \sum_{k \neq j} Q(t - t_k) Q(t + \tau - t_j) \langle p_k p_j \rangle,$$

$$\langle p_1 p_2 \dots p_k \rangle = W_k(t_1, t_2, \dots, t_k) \Delta t_1 \Delta t_2 \dots \Delta t_k,$$

$$W_k(t_1, t_2, \dots, t_k) = \alpha^k \langle : I(t_1)I(t_2) \dots I(t_k) : \rangle$$

$$Q(t-t') = Q_0 \delta(t-t'),$$

$$\langle i(t)i(t+\tau) \rangle = \int dt' W_1(t')Q(t-t')Q(t+\tau-t') + \int dt' \int dt'' W_2(t',t'')Q(t-t')Q(t+\tau-t'') = Q_0^2 \alpha \langle : I(\tau) : \rangle \delta(\tau) + Q_0^2 \alpha^2 \langle : I(t)I(t+\tau) : \rangle.$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t+\tau) \rangle = Q_0^2 \alpha \langle : I(t) : \rangle \,\delta(\tau) + Q_0^2 \alpha^2 C(\tau)$$

$$C(\tau) \equiv \langle : I(t)I(t+\tau) : \rangle - \langle : I : \rangle^2.$$

Pero la fotocorriente se debe a un batido, pues queremos ver las fluctuaciones



Lo siguiente es calcular la correlación con el campo A

$$A = rA_{\rm LO} + tA_{\rm s}.$$

A primer orden en A<sub>s</sub>

$$C(\tau) = RTA_0^2 [e^{-2i\theta} \langle A_s(t+\tau), A_s(t) \rangle + e^{2i\theta} \langle A_s^{\dagger}(t), A_s^{\dagger}(t+\tau) \rangle + \langle A_s^{\dagger}(t), A_s(t+\tau) \rangle + \langle A_s^{\dagger}(t+\tau), A_s(t) \rangle],$$

Pero las cuadraturas de las fluctuaciones del campo electromagnético:

$$z_{\theta}(t) = e^{-i\theta} A_{s}(t) + A_{s}^{\dagger}(t) e^{i\theta},$$
$$C(\tau) = RTA_{0}^{2} \langle : z_{\theta}(t), z_{\theta}(t+\tau) :$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t+\tau) \rangle = Q_0 i_0 [\delta(\tau) + \alpha T \langle : z_\theta(t), z_\theta(t+\tau) : \rangle],$$

$$\Phi(\Omega,\theta) = Q_0 i_0 [1 + \alpha T S_s(\Omega,\theta)],$$

$$S_{\mathbf{s}}(\Omega,\theta) = \int d\tau \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega\tau} \langle : z_{\theta}(t), z_{\theta}(t+\tau) : \rangle.$$

# La densidad espectral de potencia del ruido de disparo cuando S=0:

$$\langle (\Delta i(\Omega,\theta))^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\Omega - \Delta\Omega/2}^{-\Omega + \Delta\Omega/2} \Phi(\Omega,\theta) \, \mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega - \Delta\Omega/2}^{\Omega + \Delta\Omega/2} \Phi(\Omega,\theta) \, \mathrm{d}\Omega \right]$$

$$\langle (\Delta i(\Omega))^2 \rangle = 2Q_0 i_0 B.$$

Pero en el caso cuando S≠0

$$\langle (\Delta i(\Omega))^2 \rangle = 2Q_0 i_0 B[1 + \xi S(\Omega, \theta)]$$

Tomando en cuenta la propagacion, la detección alpha, la eficiencia de batido eta, y la eficiencia de escape de la cavidad rho, la transmisión del espejo T<sub>0</sub>

$$\xi \equiv \alpha \eta^2 T_0 \rho$$

Las funciones de correlación nos dicen algo sobre flucutaciones.

Las correlaciones tienen cotas clásicas.

Son mediciones condicionales.

¿Podemos utilizarlas para medir el campo asociado con una fluctuación de la intensidad, un fotón?

### Revisión: Interferómetro de Mach Zehnder Correlación Campo-Campo (Onda-Onda)



### Base de la Espectroscopía de Fourier

Revisión: Hanbury-Brown and Twiss Correlaciones Intensidad-Intensidad (Partícula-Partícula)  $g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}$ SIGNAL APD1 SOURCE HISTOGRAM Cauchy-Schwarz TDC  $2I(t)I(t+\tau) \le I^{2}(t) + I^{2}(t+\tau)$ APD2

> start stop

LIGHT

La correlación es máxima a tiempos iguales.

 $g^{2}(0) \ge 1$ 

 $g^2(0) \ge g^2(\tau)$ 

Revisión: mediciones de  $g^{(2)}(\tau)$  mecánico cuánticas:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\left\langle T : \hat{I}(t)\hat{I}(t+\tau) : \right\rangle}{\left\langle \hat{I}(t) \right\rangle^2}$$

Da la probabilidad de detectar un fotón al tiempo  $t + \tau$  dado que uno ha sido detectado a tiempo t. Esto es una medición condicional :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\left\langle \hat{I}(\tau) \right\rangle_c}{\left\langle \hat{I} \right\rangle}$$

Una estrategia comienza a aparecer:

Las funciones de correlación son mediciones condicionales. Detección de un fotón a: Tenemos un estado mecánico cuántico condicional in our system.

El sistéma tiene cuando menos dos fotones. ¿Tenemos suficiente señal?

Ruido de disparo (shot noise) Señal

Cavity QED en el régimen óptico

Electrodinámica cuántica para peatones. No se neceista renormalizar. Hay un solo modo del campo electromagnético.

# ATOMOS + CAVIDAD

Régimen perturbativo: acoplamiento < disipación. El decaimiento puede incrementarse o suprimirse (cavidad menor a  $\lambda$ ), cambios en los niveles de energía.

Régimen no-perturbativo: acoplamiento > disipación. Desdoblamiento de los niveles por el acoplamiento g (Vacuum Rabi).

# El acoplamiento dipolar entre el átomo y la cavidad:

$$g = \frac{d \cdot E_v}{\hbar}$$

# El campo de un fotón en una cavidad con volumen V<sub>eff</sub> es:

$$E_{v} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_{0}V_{eff}}}$$





# Estado estable



Dinámica de Jaynes Cummings Oscilaciones de Rabi :

Intercambio de excitación para N átomos:



#### 2g desdoblamiento de Rabi del vacío



Doblete en la tranmisión en vez del singlete de la resonancia del Fabry Perot vacío.







### Correlación Intensidad-Campo.



### Condicionar en una detección (Click) Medir la función de correlación de la intensidad y el campo: $<I(t) E(t+\tau)>$ Normalizar la detección condicional: $h_{e}(\tau) = <E(\tau)>_{c}/<E>$

Cotas debido a la relación de Cauchy Schwartz:

$$0 \le \overline{h}_0(0) - 1 \le 2$$
$$\left| \overline{h}_0(\tau) - 1 \right| \le \left| \overline{h}_0(0) - 1 \right|$$



### Promedio de la fotocorriente con condicionamiento aleatorio



#### Fotocorriente condicional sin átomos en la cavidad.





Promedio tras de 1 click



Promedio tras 6,000 clicks



Promedio tras 10,000 clicks



Promedio tras 30,000 clicks




Cambio de la fase Mach-Zehnder por 146°

## Simulaciones de Monte Carlo para excitación baja:



Has de átomos N=11

### Dinámica condicional en cavity QED:

$$\begin{split} \Psi_{ss} \rangle &= |0,g\rangle + \lambda |1,g\rangle - \frac{2g}{\gamma} \lambda |0,e\rangle + \frac{\lambda^2 pq}{\sqrt{2}} |2,g\rangle - \frac{2g\lambda^2 q}{\gamma} |1,e\rangle \\ \lambda &= \langle \hat{a} \rangle, \ p = p(g,\kappa,\gamma) \text{ and } q = q(g,\kappa,\gamma) \end{split}$$

# Una fotodetección condiciona el estado a uno no estacionario que evoluciona en el tiempo.

$$\hat{a} |\Psi_{ss}\rangle \Rightarrow |\Psi_{c}(\tau)\rangle = |0,g\rangle + \lambda pq |1,g\rangle - \frac{2g\lambda q}{\gamma} |0,e\rangle$$
$$|\Psi_{c}(\tau)\rangle = |0,g\rangle + \lambda [f_{1}(\tau)|1,g\rangle + f_{2}(\tau)|0,e\rangle] + O(\lambda^{2})$$
$$\bigwedge$$
Campo Polarización atómica

El estado condicionado tras la detección (click):

 $\Psi(t) \sim A(t) | 0 > + B(t) | 1 > con A(t) \approx 1 \text{ y } B(t) << 1$ 

Esto es la evolución condicional del campo de una fracción de fotón [B(t)].

$$h_{\theta}(\tau) = \langle E(\tau) \rangle_{c} / \langle E \rangle$$

¡Medimos el campo de una fracción de un fotón!

Las fluctuaciones son muy importantes.

Regresión del campo hacia el estado estacionario tras la detección de un fotón en cavity QED.



# Detección del espectro de Squeezing con un detector homodino balanceado (BHD).



Las flucuaciónes cuánticas del campo electromagnético se miden con el espectro de of squeezing. Pueden calcularse del espectro de potencia de la fotocorriente sabiendo todas las pérdidas del campo, pero:

$$S(\nu,0^{\circ}) = 4F \int_{0}^{\infty} \cos(2\pi\nu\tau) [\overline{h}_{0}(\tau) - 1] d\tau,$$

F es el flujo de fotones en el correlacionador.

# Espectro de squeezing mediante la transformada de Fourier de la $h_0(\tau)$ medida





Simulaciones de Monte Carlo de la correlación intensidad-campo y el espectro de squeezing a baja intensidad en cavity QED a baja intensidad.



Tiene cotas altas y bajas como límites clásicos

## Oscilador paramétrico óptico (OPO)





#### Fig. 4

#### Citation

Christian Reimer, Lucia Caspani, Matteo Clerici, Marcello Ferrera, Michael Kues, Marco Peccianti, Alessia Pasquazi, Luca Razzari, Brent E. Little, Sai T. Chu, David J. Moss, Roberto Morandotti, "Integrated frequency comb source of heralded single photons," Opt. Express **22**, 6535-6546 (2014);

https://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-22-6-6535

OSA The Optical Society

# Calculation of $h_{\theta}(\tau)$ in an OPO with the classical bounds



## Maximo de $h_{\theta}(\tau)$ en un OPO bajo el umbral



### **Quantum State Reconstruction of the Single-Photon Fock State**

A. I. Lvovsky,\* H. Hansen, T. Aichele, O. Benson, J. Mlynek,<sup>†</sup> and S. Schiller<sup>‡</sup> Phys. Rev. Lett. 87, 050402 (2001)





FIG. 4. Experimental results: (a) raw quantum noise data for the vacuum (left) and Fock (right) states along with their histograms corresponding to the phase-randomized marginal distributions; (b) diagonal elements of the density matrix of the state measured; (c) reconstructed WF which is negative near the origin point. The measurement efficiency is 55%.

¿Podemos medir el enredamiento con la función  $h_{\theta}(\tau)$ entre la intensidad de fluorescencia F y el campo transmitido T por el modo a baja intensidad?

$$|\Psi\rangle = |0g\rangle + A_{1,g}|1g\rangle + A_{0,e}|0e\rangle + A_{2,g}|2g\rangle + A_{1,e}|1e\rangle$$

Concurrencia a baja intensidad

$$\mathscr{C} = \sqrt{2(1 - Tr\rho_{atom}^2)} \\ = \sqrt{4(A_{1,g}A_{0,e} - A_{1,e})^2}$$

$$h_{\theta=0}^{TF}(0) = \frac{\langle I_F E_T \rangle}{\langle I_F \rangle \langle E_T \rangle}$$
$$= \frac{\langle (a^{\dagger} + a) \sigma_+ \sigma_- \rangle}{\langle a^{\dagger} + a \rangle \langle \sigma_+ \sigma_- \rangle}$$
$$= \frac{A_{1,e}}{A_{0,e} A_{1,g}}$$

- La correlation h<sub>θ</sub>(τ) (Campo-Intensidad) mide la dinámica condicional del campo electromagnético.
- El espectro de Squeezing  $S(\Omega)$  y  $h_{\theta}(\tau)$  son transformadas de Fourier una de la otra.
- Possibilidad de la reconstrucción tomográfica de la evolución dinámica del campo electromagnético (el campo de referencia debe tener la misma forma espacio-temporal que el modo).
- En óptica cuántica incluyen la degusificación de estados, retroalimentación cuántica, concurrencia.
- En la óptica en general: microscopía.

## Gracias